



OBSERVATÓRIO NACIONAL  
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA

---

---

## Cosmologias alternativas: aspectos observacionais e teóricos

Autor: **Maria Aldinêz Dantas**  
Orientador: **Jailson Souza de Alcaniz**

Tese apresentada ao Observatório  
Nacional do Rio de Janeiro como  
requisito parcial à obtenção do grau

de **DOUTORA** em Astronomia.

Rio de Janeiro, 20 de Abril de 2011



# Agradecimentos

Eis que chegou o momento oportuno de agradecer a todos aqueles que me apoiaram. Sei que corro o risco de não registrar minha “eterna gratidão” às pessoas que me compreenderam, dedicaram seu tempo, dissolveram meu *stress*, que distante ou perto contribuíram para que este trabalho chegasse a um resultado satisfatório.

- À minha família, sou profundamente grata pelo carinho e amor, especialmente meus pais (D. Maria e Seu Zé Dantas), que mesmo distantes mostraram-se heróis, superando as saudades e apoiando minhas decisões. Aos meus cinco irmãos companheiros de todos os momentos. Ao lindo Samuca, meu priminho levado, por ter um olhar tão terno e pelas suas travessuras. À minha pequenina sobrinha, Laura Celine, a mais nova estrelinha do “céu Dantaniano”;
- Ao meu chefe, amigo e professor/orientador Jailson Souza de Alcaniz, por toda dedicação durante todos esses anos. Também pelo o incetivo à pesquisa e, acima de tudo, pelo seu profissionalismo;
- À Ely e Raquel, minha família do Rio, pelo carinho e atenção;
- Ao grupo de Cosmologia do Observatrio Nacional - GCON;
- Aos professores do ON, especialmente Josina, Cláudio, Daniela, Roig, Dupke, Jucira e Simone. Também ao Flávio pela ajuda no Latex;
- Aos amigos e colegas que conheci quando cheguei aqui, por seus incentivos e disponibilidades em trocar informações, empréstimos de livros e suportar meu humor; especialmente a Maria Isela, Carolina e Marcela (pelo apoio em resolver meus problemas) e não esquecendo a mais nova integrante do

clube das Luluzinhas, Natália. Ao Ernandes, Beethoven, Edésio e Rodrigo pelas grandes discussões desta tese. Também deixo meu agradecimento aos amigos Didier, Alberto, Daniel Melo, Manu, Antônio, Nobar, Luan, Gustavo Pinheiro, Vinícius Bordalo, por suportarem minhas bagunças e aos dançarinos João Victor e Gustavo Bragança. Ainda quero destacar os amigos da geofísica Natasha, Papa, Cosme e David, pelo papo depois do almoço acompanhado de um cafezinho. Não esquecendo Jorge Musa e o Eterno Luis Peche;

- Às secretárias: a querida Vera, Ângela, Iara e a minha fada madrinha Vera Dino, que gentilmente me receberam;
- Ao apoio técnico dos meninos do DTIN e também ao fuinha do Matera. Ao pessoal da limpeza e a todos dirigentes do ON;
- Aos meus grandes amigos de infância que ao longo da minha vida estudantil desempenharam um papel gratificante, em especial Malila, Ana do Carmo e Sueleide;
- Aos demais familiares, colegas e conhecidos que me auxiliaram direta ou indiretamente, nesta árdua e apaixonante trajetória;
- Às forças que governam a Natureza e ao meu anjo da guarda;
- Finalmente, ao CNPq pelo apoio financeiro.

# PACIÊNCIA

(Lenine)

Mesmo quando tudo pede um pouco mais de calma  
Até quando o corpo pede um pouco mais de alma  
A vida não para

Enquanto o tempo acelera e pede pressa  
Eu me recuso faço hora vou na valsa  
A vida é tão rara

Enquanto todo mundo espera a cura do mal  
E a loucura finge que isso tudo é normal  
Eu finjo ter paciência  
O mundo vai girando cada vez mais veloz  
A gente espera do mundo e o mundo espera de nós

Um pouco mais de paciência  
Será que é tempo que lhe falta pra perceber  
Será que temos esse tempo pra perder  
E quem quer saber  
A vida é tão rara (Tão rara)...

**Em memória de meu avô Zé grande.**

# Cosmologias alternativas: aspectos observacionais e teóricos

por  
Maria Aldinêz Dantas

Submetida ao Observatório Nacional do Rio de Janeiro em  
20 de Abril de 2011, como requisito parcial à obtenção  
do grau de Doutorado em Astronomia

## Resumo

A ausência de uma fundamentação teórica, sobre o mecanismo que está por trás da aceleração cósmica, tem aumentado consideravelmente o número de cenários cosmológicos alternativos. Estes são baseados ou em modificações da gravidade em grandes escalas ou na existência de novos campos no Universo. Nesta tese, investigamos a viabilidade observacional de alguns modelos cosmológicos à luz de observáveis baseados em distância e idade, como medidas de idade de galáxias evoluídas em função do *redshift*, medidas de distância de luminosidade de supernova do tipo Ia e estimativas recentes da escala acústica da radiação cósmica de fundo e a escala do pico de oscilações acústicas bariônicas. Ao utilizarmos critérios de seleção de modelos, nós selecionamos os modelos de melhor ajuste e classificamos os cenários alternativos. Nós mostramos que alguns desses modelos podem proporcionar um melhor ajuste aos dados do que o atual modelo cosmológico padrão ( $\Lambda$ CDM).

**Palavras chaves:** Cosmologia: teorias alternativas - parâmetros cosmológicos - testes cosmológicos - escala de distância.

# **Alternative cosmologies: observational and theoretical aspects**

by

Maria Aldinêz Dantas

Submitted to the Observatório Nacional do Rio de Janeiro on  
April 20th, 2011, in partial fulfillment of the requirements  
for the PhD's degree in Astronomy

## **Abstract**

The absence of guidance from fundamental physics about the mechanism behind cosmic acceleration has given rise to a number of alternative cosmological scenarios. These are based either on modifications of general relativistic gravitation theory on large scales or on the existence of new fields in the Universe. In this thesis we investigate the observational viability of some cosmological models in light of distance and age based on observables, like age measurements of passively evolving galaxies as a function of redshift, luminosity distance of Type Ia supernovae and recent estimates of the product of the cosmic microwave background acoustic scale and the baryonic acoustic oscillation peak scale. By using information-criteria model selection, we select the best-fit models and rank the alternative scenarios. We show that some of these models may provide a better fit to the data than does the current standard cosmological constant dominated ( $\Lambda$ CDM) model.

**Keys words:** Cosmology: alternatives theories - cosmological parameters - cosmological tests - distance scale.

# Conteúdo

Agradecimentos	iii
Resumo	vi
Abstract	vii
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xvi
Notação e Convenções	xvii
Informação eletrônica	xvii
Introdução	1
<b>Parte I: Cosmologias Padrão e Alternativas</b>	<b>5</b>
<b>1 Cosmologia Padrão</b>	<b>6</b>
1.1 O Universo em Expansão . . . . .	6
1.2 Nucleossíntese Primordial . . . . .	9
1.3 A Radiação Cósmica de Fundo . . . . .	10
1.4 A Dinâmica do Universo . . . . .	15
1.5 O Modelo $\Lambda$ CDM . . . . .	19
1.6 Sumário . . . . .	23
<b>2 Cosmologias Alternativas</b>	<b>24</b>
2.1 Modelos de Energia Escura . . . . .	25
2.1.1 Campo Escalar . . . . .	25



2.1.2	Gás de Chaplygin . . . . .	28
2.1.3	Decaimento do Vácuo . . . . .	29
2.2	Cosmologia com Gravidade Modificada . . . . .	31
2.2.1	Branas . . . . .	32
2.2.2	Expansão Cardassiana . . . . .	34
2.3	Sumário . . . . .	37
<b>Parte II: Métodos Estaísticos e Testes Cosmológicos</b>		<b>38</b>
<b>3</b>	<b>Métodos Estatísticos</b>	<b>39</b>
3.1	Universo Frequentista x Bayesiano . . . . .	40
3.2	Teorema de Bayes . . . . .	41
3.3	Verossimilhança . . . . .	43
3.4	A Propabibilidade <i>a priori</i> - $P(H_i I)$ . . . . .	44
3.4.1	<i>A priori</i> Uniforme . . . . .	45
3.4.2	<i>A priori</i> Gaussiano . . . . .	45
3.5	Marginalização . . . . .	46
3.6	Melhores Ajustes dos Parâmetros . . . . .	46
3.7	Regiões de Contorno . . . . .	47
3.8	Critérios de Seleção de Modelos . . . . .	49
3.8.1	Navalha de Occam . . . . .	49
3.8.2	<i>AIC</i> - <i>Akaike's Information Criteria</i> . . . . .	50
3.8.3	<i>BIC</i> - <i>Bayesian Infomation Criteria</i> . . . . .	51
3.9	Sumário . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Testes Cosmológicos</b>	<b>53</b>
4.1	Testes com Supernovas do Tipo Ia (SNe Ia) . . . . .	53
4.2	Radiação Cósmica de Fundo (RCF) . . . . .	57
4.3	Oscilações Acústicas Bariônica (BAO) . . . . .	58
4.4	Teste da Idade do Universo . . . . .	62
4.5	Sumário . . . . .	65
<b>Parte III: Análises e Resultados</b>		<b>67</b>
<b>5</b>	<b>Análises e Resultados - Parte I</b>	<b>68</b>
5.1	Dados de <i>Lookback Time</i> - [35] . . . . .	69

5.2	Análise Estatística . . . . .	71
5.3	Resultados . . . . .	73
5.4	Amostra Estendida: 32 galáxias - [37] . . . . .	78
5.5	Teste de <i>Lookback Time</i> . . . . .	80
5.6	Resultados . . . . .	80
5.6.1	O Modelo $\Lambda$ CDM . . . . .	80
5.6.2	Análise Conjunta . . . . .	82
5.6.3	O Modelo $\omega$ CDM . . . . .	83
5.7	Sumário . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Análises e Resultados - Parte II</b>	<b>85</b>
6.1	Modelos Alternativos . . . . .	85
6.2	Restrições Cosmológicas . . . . .	86
6.2.1	Teste da Idade- <i>redshift</i> . . . . .	86
6.2.2	Marginalização da Idade . . . . .	87
6.2.3	A Razão RCF/BAO . . . . .	88
6.3	Resultados . . . . .	89
6.4	Seleção de Modelos . . . . .	91
6.5	Sumário . . . . .	92
<b>7</b>	<b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b>	<b>95</b>
	<b>Apêndice A: Marginalização do <i>Lookback Time</i></b>	<b>98</b>
	<b>Apêndice B: Modelos cosmológicos com decaimento do vácuo</b>	<b>102</b>
B.1	O Modelo $\Lambda(t)$ . . . . .	102
B.2	Análises e Resultados . . . . .	104
B.3	Sumário . . . . .	109
	<b>Bibliografia</b>	<b>112</b>

# Lista de Figuras

1-1	Galáxias em baixos <i>redshifts</i> são utilizadas para estimar a taxa de expansão do Universo $H_0$ . Uma consistência entre os cinco diferentes indicadores de distância é mostrada. O painel inferior mostra o valor do parâmetro de Hubble objeto por objeto e a convergência de $H_0 = 72\text{km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ [43]. . . . .	8
1-2	Abundância primordial dos elementos leves prevista pelo modelo padrão como uma função da razão fóton-bárion ( $\eta$ ). . . . .	9
1-3	<b>(a)</b> Resultados do satélite COBE mostrando que a radiação de fundo do Universo tem um espectro de corpo negro. <b>(b)</b> Anisotropias da radiação cósmica de fundo fornecido pelo WMAP7. A linha sólida corresponde ao modelo $\Lambda$ CDM plano: $\Omega_b h^2 = 0.02270$ e $\Omega_\Lambda = 0.738$ . As barras de erros sobre os dados indicam o erro observacional enquanto que a região sombreada indica a incerteza estatística. Figura retirada da Ref. [51]. . . . .	10
1-4	Evolução das componentes de radiação, matéria e energia escura ao longo da evolução do Universo. Figura retirada de [55]. . . . .	18
1-5	O parâmetro de desaceleração como função do <i>redshift</i> para alguns valores selecionados de $\Omega_m$ e $\omega$ e $\Omega_R = \Omega_k = 0$ . . . . .	22
3-1	Ilustração para explicar a Navalha de Occam. Figura retirada de [133]. . . . .	50
4-1	Módulo de distância versus <i>redshift</i> para SNe Ia da compilação <i>Union 2</i> do SCP. Figura retirada da Ref. [149]. . . . .	56

4-2	Perfil radial das perturbações de densidades como função do raio comóvel. As perturbações na matéria escura (curva preta), bárions (curva azul), fótons (curva vermelha) e neutrinos (curva verde) evoluem desde de tempos remotos ( $z=6824$ ) até muito após o desacoplamento ( $z=10$ ). Figura retirada de Eisenstein <i>et al.</i> [151]	60
4-3	O pico acústico bariônico na função de correlação. Note que o pico é sensível a densidade de matéria (de cima para baixo $\Omega_{m,0}h^2 = 0.12$ (verde), $0.13$ (vermelha) and $0.14$ (azul), todos com $\Omega_{b,0}h^2 = 0.024$ ). A linha inferior (rosa) sem um pico é a função de correlação para o modelo padrão de matéria escura fria com $\Omega_{b,0} = 0$ . Figura tirada de Eisenstein <i>et al.</i> , 2005 [152]. . . . .	61
4-4	Ilustração das medidas observadas para BAO. O eixo horizontal é dado pela Eq. (4.15) e o eixo vertical pela Eq. (4.16). . . . .	62
4-5	Parâmetro de idade como função de $\omega$ para alguns valores de $\Omega_m$ .	64
4-6	<i>Lookback time</i> , a idade do Universo e quantidades relacionadas [159].	65
5-1	A amostra dos dados idade- <i>redshift</i> . <b>(a)</b> As 8 medidas de galáxias selecionadas em altos- $z$ após o critério discutido no texto. <b>(b)</b> Os dados originais do GDDS. Esta amostra contém 20 galáxias distribuídas em um intervalo de <i>redshift</i> $1.308 \leq z \leq 2.147$ [29]. . .	69
5-2	Relação <i>lookback time</i> como função do <i>redshift</i> para alguns valores selecionados do parâmetro da EE e um valor fixo de $\Omega_m = 0.27$ . Para plotar estas curvas, nós assumimos $\tau = 1.5$ Ganos. A linha cheia corresponde ao caso $\Lambda$ CDM ( $\omega = -1$ ). . . . .	73
5-3	Primeiros resultados de nossa análise estatística. Restrições de LT do GDDS no plano $\Omega_m - \omega$ . Os contornos correspondem aos níveis de confiança 68.3% e 95.4%, respectivamente. O melhor ajuste para este modelo são $\Omega_m = 0.21$ e $\omega = -0.72$ . . . . .	74
5-4	<b>(a)</b> Restrições de LT do GDDS mais SNLS no plano $\Omega_m - \omega$ . Os contornos correspondem aos níveis de confiança 68.3% e 94.5% respectivamente. O melhor ajuste de modelo para esta análise são $\Omega_m$ e $\omega = -1.05$ com $\chi^2/\nu = 1.02$ . As linhas pontilhadas representa as restrições a partir das medidas de BAO. <b>(b)</b> Restrições de SNLS sobre o espaço paramétrico $\Omega_m - \omega$ são mostrado aqui por motivo de comparação (veja [17]). . . . .	75

5-5	(a) Similar a Figura (5.4a) quando os dados do LT do GDDS são combinados com medidas de BAO. (b) Restrições recentes sobre o plano $\Omega_m - \omega$ a partir dos dados de SNLS + BAO. . . . .	76
5-6	A análise conjunta envolvendo os dados do LT do GDDS + SNe Ia + BAO. Note que, relativo às figuras anteriores, o espaço de parâmetros permitidos agora é consideravelmente reduzido. Os melhores ajustes de valores para toda a análise executada são apresentada na Tabela (5.2). . . . .	77
5-7	<b>Esquerda:</b> Os dados originais obtidos da [30]. Esta amostra corresponde a 32 galáxias, distribuídas no intervalo de <i>redshift</i> $0.11 \leq z \leq 1.84$ e inclui observações do GDDS [28] e dados arquivados [184, 164]. <b>Direita:</b> A amostra do LT. Nós combinamos as medidas de idades das 32 galáxias com as estimativas da idade total do Universo, $t_0^{obs} = 13.7 \pm 0.2$ Ganos ( $1\sigma$ ), como obtida a partir das medidas recentes da RCF [31, 32].	79
5-8	<b>Esquerda:</b> Regiões de confiança em 68.3% e 95.4% no espaço paramétrico $\Omega_m - h$ da análise do LT. Como fisicamente esperado, para maiores valores de $\Omega_m$ os menores valores do parâmetro de Hubble é permitido para ajustar os dados do LT. <b>Centro:</b> Função verossimilhança para $\Omega_m$ . Para esta análise, nós encontramos um valor de $\Omega_m = 0.259 \pm 0.030$ em 95.4% (C.L.). <b>Direita:</b> O plano $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ obtido a partir de nossas análises. O melhor ajuste favorece a um universo espacialmente aberto com $\Omega_k \simeq 0.7$ . . . . .	81
5-9	Resultados de uma análise conjunta envolvendo dados de LT e BAO. <b>Esquerda:</b> O plano $\Omega_m - h$ para o modelo $\Lambda$ CDM. A partir destas análises nós encontramos $\Omega_m = 0.25 \pm 0.02$ e $h = 0.73_{-0.03}^{+0.02}$ em $2\sigma$ . <b>Direita:</b> Regiões de confiança em 68.3% e 95.4% no plano $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ . O melhor ajuste do modelo claramente favorece um modelo espacialmente plano com $\Omega_k \simeq 0.07$ e $\Omega_m = 0.24 \pm 0.02$ e $\Omega_\Lambda = 0.69 \pm 0.08$ em 95.4% (C.L.). . . . .	82

5-10	Resultados para o modelo $\omega$ CDM <b>Esquerda:</b> O plano $\Omega_m - w$ permitido pelos dados de LT. <b>Direita:</b> Limites da análise conjunta LT + BAO sobre o espaço $\Omega_m - \omega$ . Como discutida nas seções anteriores, os resultados mais precisos encontrados em nossas análises reflete na complementaridade entre as medidas de LT e BAO. . . . .	83
6-1	Contornos de $\Delta\chi^2 = 6.17 (2\sigma)$ para o modelo $\Lambda$ CDM (esquerda) e o modelo espacialmente plano $\omega$ CDM (direita). O contorno corresponde à análise conjunta envolvendo dados de idade + CMB/BAO, respectivamente. Na Figura da esquerda ( $\Lambda$ CDM), a linha ortogonal laranja demarca o modelo espacialmente plano, enquanto que na Figura da direita ( $\omega$ CDM), a linha horizontal indica modelos com constante cosmológica independente do tempo.	89
6-2	Contornos de $\chi^2$ para duas cosmologias aceleradas discutidas no Cap. 2. Figura da esquerda, mostra o modelo $\phi$ CDM espacialmente plano com $V(\phi) \propto \phi^{-\alpha}$ , enquanto que a figura da direita é para o caso do gás de Chaplygin generalizado. Os contornos são calculados para $\Delta\chi^2 = 6.17 (2\sigma)$ . Para $\alpha = 0$ o modelo espacialmente plano $\phi$ CDM se reduz ao caso $\Lambda$ CDM espacialmente plano. . . . .	90
6-3	Contornos de $\chi^2$ para modelos de DGP (esquerda), quintessência acoplada espacialmente plano (centro), e cardassiano generalizado (direita). A área sombreada no painel esquerdo (quintessência acoplada) corresponde às restrições termodinâmicas sobre o parâmetro de interação ( $\epsilon_0 \geq 0$ ) discutido por Alcaniz & Lima [103]. A linha laranja da figura da esquerda (DGP) demarca os modelos espacialmente planos. . . . .	91

B-1	<p><b>Esquerda)</b> Superposição das regiões de confiança (68.3%, 95.4% e 99.7%) no plano <math>\Omega_m - h</math> para nossas análises envolvendo dados de SNe Ia (<i>SNLS</i>), BAO e RCF. <b>Direita)</b> A mesma análise é feita para o modelo <math>\Lambda</math>CDM espacialmente plano. Os contornos correspondem aos vínculos provenientes das observações de SNe Ia, enquanto as bandas cinza e preta correspondem, respectivamente, às restrições de BAO e RCF. . . . .</p>	105
B-2	<p><b>Esquerda)</b> Regiões de confiança (68.3%, 95.4% e 99.7%) no plano <math>\Omega_m - h</math> para a análise conjunta envolvendo dados de SNe Ia (<i>SNLS</i>), BAO e RCF. Como indicado, a linha tracejada representam os resultados de SNe Ia da Ref. [188]. Em ambos os painéis, o maior contorno representa a análise conjunta das medidas de SNe Ia + BAO, enquanto que os contornos menores surgem quando os dados de RCF são acrescentados na análise. <b>Direita)</b> A mesma análise para o modelo <math>\Lambda</math>CDM espacialmente plano. . . . .</p>	106
B-3	<p><b>a)</b> Verossimilhança normalizada <math>\mathcal{L}</math> para <math>\Omega_m</math> fornecido a partir da amostra de SNe Ia do Union2 para os cenários <math>\Lambda(t)</math>CDM (curva sólida) e <math>\Lambda</math>CDM (curva tracejada). <b>b)</b> Análise semelhante ao painel (B.3a) para uma análise conjunta envolvendo os conjuntos de dados (SNe Ia Union2 + BAO + RCF). . . . .</p>	107
B-4	<p>A mesma análise da Figura (B.3) para os dados de SNe Ia do SDSS com a calibração da curva de luz SALT2. . . . .</p>	109
B-5	<p>A mesma análise das Figuras (B.3) e (B.4) para os dados de SNe Ia do SDSS com a curva de luz calibrada pelo MLCS2k2. Comparando as Figuras (B.3) e (B.4), claramente vemos a influência dos calibradores da curva de luz das SNe Ia sobre as estimativas dos parâmetros. . . . .</p>	110

# Lista de Tabelas

1.1	Eventos relacionados à RCF. . . . .	13
1.2	Comportamento da densidade de energia para cada componente em função do fator de escala e a variação desse fator com o tempo. . . . .	21
2.1	Lista de alguns possíveis potenciais escalares. . . . .	27
2.2	Valores de $z_{card}$ , $n$ e do parâmetro de idade para $\rho = 0.3\rho_{c,old}$ . . . . .	36
3.1	Valores de $\Delta\chi^2$ para diferentes níveis de confiança e quantidades de parâmetros livres. . . . .	48
5.1	Os dados do GDDS utilizados na análise estatística. . . . .	70
5.2	Os melhores ajustes dos valores de $\Omega_m$ e $\omega$ . . . . .	78
5.3	Os melhores ajustes de parâmetros para toda a análise executada. . . . .	84
6.1	Resultados dos melhores ajustes com os dados de idade. . . . .	93
6.2	Resultados dos melhores ajustes com a análise combinada, os dados idade e RCF/BAO. . . . .	93
6.3	Sumário dos resultados do critério de seleção para análise envolvendo idade- $z$ . . . . .	94
6.4	Sumário dos resultados do critério de seleção para a análise conjunta idade- $z$ e RCF/BAO. . . . .	94
B.1	Limites para $\Omega_m$ ( $\Lambda(t)$ CDM). . . . .	108
B.2	Limites para $\Omega_m$ ( $\Lambda$ CDM) . . . . .	108



# Notação e Convenções

- Assinatura da Métrica:  $(+ - - -)$ ;
- Nesta tese adotaremos unidades com  $c = 1$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo;
- Expressões em outros idiomas serão escritas em itálico;
- A unidade de distância utilizada é o megaparsec (Mpc):  
 $1\text{Mpc} = 3,26 \times 10^6 \text{anos - luz} = 3,09 \times 10^{24} \text{cm}$ ;
- O ponto  $(\dot{\phantom{x}})$  denota a derivada em relação ao tempo;
- CL (do Inglês, Confidence Level) significa níveis de confiança;
- Utilizamos Ganos ao invés de Bilhões de anos.

## Informação eletrônica

A grande maioria das referências utilizadas nesta tese podem ser encontradas nos seguintes sítios:

- <http://xxx.lanl.gov>
- <http://www.slac.stanford.edu/spires/hep/>
- [http://adsbs.harvard.edu/article\\_service.html](http://adsbs.harvard.edu/article_service.html)

# Introdução

Cosmologia é a ciência que estuda o Universo como um todo, buscando o entendimento de sua origem, evolução e destino. Do ponto de vista teórico, seu objetivo é explicar o Universo em termos de uma teoria simples e esteticamente atraente. Entretanto, de todas as ciências, a Cosmologia é a mais exigente em termos de extrapolação de resultados e conceitos, já que as escalas de tempo e distância envolvidas nos problemas cosmológicos são da mesma ordem de grandeza da idade e tamanho do Universo que queremos observar.

A história da Cosmologia moderna teve diversos marcos. Seu início, no entanto, é identificado com o passo seguinte à formulação da Teoria da Relatividade Geral (TRG), proposta por Albert Einstein em 1915 [1], onde a gravitação (interação dominante em escalas cosmológicas) é entendida como a modificação da geometria do espaço-tempo devido à presença de massa e energia. A teoria de Einstein, como uma teoria de gravitação, nos fornece a base teórica para entendermos a evolução do universo. Contudo, em sua formulação original, Einstein supôs um Universo estático, de acordo com as evidências observacionais da época. A fim de contrabalancear a atração gravitacional produzida pela matéria existente no Universo, Einstein introduziu em suas equações um termo repulsivo, termo este que é conhecido como constante cosmológica (geralmente denotado pela letra grega  $\Lambda$ ). Em 1922, Alexander Friedmann, baseado nas hipóteses de homogeneidade e isotropia, propôs soluções para as Equações da TRG que resultam em modelos de universos expansionistas, sem que fosse necessário o termo cosmológico [2]. Com isso, Friedmann previu, teoricamente, a expansão do Universo<sup>1</sup>.

Alguns fatos experimentais, em conexão com a TRG, criaram um cenário

---

<sup>1</sup>Para uma revisão histórica excelente, veja [3].

cosmológico, conhecido como o Modelo Cosmológico Padrão (MCP). Embora tendo alguns pontos que ainda necessitam explicações, o MCP é o que melhor descreve o Universo que observamos e baseia-se nos seguintes pilares:

- Não há região ou observador no espaço que ocupe uma posição preferencial em relação a outro qualquer (Princípio Cosmológico);
- O Universo é aproximadamente homogêneo e isotrópico em escalas suficientemente grandes. Como consequência, o conteúdo material existente no Universo é descrito pelo tensor energia-momento de um fluido do tipo perfeito.

Do ponto de vista observacional, o MCP tem o suporte dos seguintes fatos:

- Observação da velocidade de afastamento de galáxias distantes, descoberta em 1929 por Edwin Hubble, [4];
- A abundância de determinados elementos químicos leves (Hidrogênio, Deutério, Hélio e Lítio [5]);
- A existência da radiação cósmica de fundo em microondas (RCF) (descoberta por Penzias e Wilson, em 1965 [6]).

Após a descoberta da expansão do Universo, Einstein considerou a introdução de  $\Lambda$  nas suas equações como o maior erro científico de sua vida [7]. Contudo, e ironicamente, isso talvez não tenha sido um erro.

Isso talvez não tenha sido um erro porque, pelo menos no contexto do novo cenário cosmológico padrão, os resultados observacionais recentes indicando que vivemos em um Universo que expande aceleradamente estão diretamente associados à existência de uma componente exótica com pressão negativa, usualmente chamada energia escura ou quintessência [8] - [12]. Tanto do ponto de vista observacional quanto teórico, o principal candidato à energia escura é uma constante cosmológica, atualmente identificada com a energia do estado fundamental dos campos existentes na natureza [13]. O fato do Universo estar acelerado alterou drasticamente a nossa visão do cosmos, pois sendo a gravidade uma força atrativa, a expansão deveria ser desacelerada, conforme acreditou-se durante muitas décadas.

O conjunto básico de observações que dá suporte a tais idéias inclui medidas de distâncias a partir de Supernovas do tipo Ia (SNe Ia) em *redshifts* intermediários e altos [14] - [17], medidas das anisotropias da RCF [18] - [20], observações da estrutura de grande escala (EGE) no Universo [21, 22], estimativas da idade do Universo [23] - [26], observações de aglomerados de galáxias [27], dentre outros. Por outro lado, a existência desta componente exótica gerou um novo desafio às próprias leis da física, já que ela não é prevista pelo modelo padrão da física de partículas.

A partir dessas observações, acredita-se que a existência da energia escura desempenha um papel fundamental conectando a previsão inflacionária de um Universo espacialmente plano ( $\Omega_{\text{Total}} = 1$ ) com as observações astronômicas. Atualmente, existe uma grande quantidade de estudos sobre a natureza da energia escura ou mesmo sobre a possibilidade de alguma explicação alternativa para a aceleração cósmica<sup>2</sup>. No entanto, a falta de uma fundamentação teórica sobre a origem desta componente escura deixa claro que, para melhor entender sua natureza atual, uma estratégia importante é encontrar novos métodos observacionais ou retomar aqueles já estabelecidos, que podem direta ou indiretamente inferir a quantidade de energia escura presente no Universo, como também determinar sua equação de estado (EE). Neste contexto, a possibilidade de restringir parâmetros cosmológicos a partir de estimativas de idades de objetos em altos-*redshifts* constitui uma tentativa importante e interessante.

Nesta tese, nós discutimos quantitativamente como as estimativas de idades de galáxias em alto- $z$  restringem os parâmetros livres de cada cenário cosmológico adotado. Na primeira parte de nossos resultados, nós trabalhamos com uma amostra de 8 galáxias, selecionadas do *Gemini Deep Deep Survey* (GDDS) [28, 29]. Para executar nossa análise, transformamos essas observações em medidas de *lookback time* (LT) assumindo que a idade de expansão total do Universo é  $t_o^{\text{obs}} = 13.6_{-0.3}^{+0.4}$  Ganos ( $1\sigma$ ), como obtido a partir dos dados do WMAP

---

<sup>2</sup>Uma proposta bastante explorada recentemente é que a aceleração cósmica poderia ser a primeira evidência de que a TRG deve ser substituída por uma teoria modificada da gravitação, tais como a gravidade  $f(R)$ , onde  $R$  é o escalar de curvatura de Ricci. Outras possibilidade para a aceleração cósmica são as teorias com dimensões extras, nas quais a matéria ordinária estaria confinada a uma “brana” de dimensionalidade  $3 + 1$ , que por sua vez estaria contida em um espaço-tempo com ao menos uma dimensão espacial a mais, chamado de *bulk*. Qualquer uma dessas alternativas representa uma mudança radical em nosso conhecimento sobre a matéria, a energia e o espaço-tempo.

[29]. Em seguida, outras análises foram feitas envolvendo idades de 32 galáxias [30], e neste caso, foi assumido que  $t_o^{obs} = 13.7 \pm 0.2$  Ganos ( $1\sigma$ ), como obtido a partir de uma análise conjunta dos atuais experimentos da RCF (WMAP, DASl, VSA, ACBAR, MAXIMA, CBI e BOOMERANG)[31, 32]. Para melhor restringir os espaços paramétricos de nossos modelos, nós investigamos os vínculos sobre estas quantidades quando as medidas de idades são combinadas aos dados mais recentes de SNe Ia e de EGE. Também discutimos nossos resultados em termos de dois critérios de seleção de modelos, denominados *Akaike's Information Criteria* (AIC) [33] e *Bayesian Information Criteria* (BIC) [34].

Esta tese está dividida em sete capítulos. No primeiro capítulo, nós revisaremos as bases observacionais que dão suporte ao MCP. Em seguida, serão discutidos aspectos teóricos e observacionais de alguns cenários alternativos. No terceiro, serão revistas as principais técnicas em estatísticas utilizadas na cosmologia. No quarto capítulo, apresentaremos quantitativamente como alguns testes cosmológicos restringem os parâmetros livres dos modelos adotados. Nos capítulos seguintes, nós apresentaremos os resultados originais deste trabalho. As principais conclusões, além de algumas questões acerca das perspectivas de trabalhos futuros visando complementar o trabalho aqui desenvolvido serão apresentadas no último capítulo. Finalmente, com intuito de facilitar uma eventual consulta por parte de pesquisadores interessados nos assuntos aqui tratados, mencionamos que as contribuições originais do presente trabalho encontram-se nos capítulos 5, 6 e também nos Apêndices A e B. Tais resultados estão publicados nas seguintes referências:

- Dantas M. A., Alcaniz J. S., Jain D. & Dev A., 2007, *Astron. Astrophys.* 467, 421 [35];
- Pigozzo C., Dantas M. A., Carneiro S. & Alcaniz J. S., 2008, *Phys. Rev. D* 77 083504 [36];
- Dantas M. A., Alcaniz J. S. & Pires N., 2009, *Phys. Lett. B* 679, 423 [37];
- Dantas M. A., Alcaniz J. S., Mania D. & Bharat Ratra., 2011, *Phys. Lett. B* 699, 239 [38];
- Carneiro S., Dantas M. A., Pigozzo C. & Alcaniz J. S., Submetido ao *Phys. Lett. B*, arXiv:1007.5290 [39].

# PARTE I

## Cosmologias Padrão e Alternativas

# Capítulo 1

## Cosmologia Padrão

Existem evidências observacionais robustas de que o Universo é aproximadamente homogêneo e isotrópico em larga escala e evolui de acordo com a TRG [40, 41]. Esses argumentos estabelecem a base do MCP. De acordo com esse modelo, o Universo partiu de um estágio inicial muito denso e quente e expande adiabaticamente até os dias de hoje. Como comentado anteriormente, esse modelo prediz alguns fatos observados, denominados pilares do Big Bang como, por exemplo, a recessão de galáxias, a abundância primordial dos elementos leves e a radiação cósmica de fundo.

### 1.1 O Universo em Expansão

A expansão do Universo foi descoberta em 1929 por Edwin Hubble [4], o qual mediu as distâncias para uma amostra de galáxias próximas e obteve uma relação linear entre distância  $d$  e velocidade de recessão  $v$

$$v = H(t)d. \tag{1.1}$$

Para que a homogeneidade e isotropia sejam preservadas em um universo em expansão é necessário que haja um fator de expansão comum às distâncias  $d$

entre pares de galáxias. O fator de escala  $a(t)$ , portanto, é independente da escolha dos observadores. O parâmetro de Hubble

$$H(t) = \dot{a}/a, \quad (1.2)$$

construído a partir do fator de escala e de sua derivada temporal, é uma função do tempo cosmológico que quantifica a taxa de expansão do Universo. Por possuir dimensão de inverso de tempo  $[t]^{-1}$ ,  $H(t)$  estabelece naturalmente uma escala de tempo característica para o Universo.

As incertezas sistemáticas para determinar distâncias no Universo resultam num desafio na determinação exata do parâmetro de Hubble. Apenas recentemente têm-se alcançado melhorias em instrumentação e, com o lançamento do telescópio espacial Hubble, pôde-se obter mais precisão na estimativa desse parâmetro. De acordo com o resultado final do *Hubble Space Telescope (HST) Key Project* [42], o valor atual de  $H(t)$ ,  $H(t_0) = H_0$ , gira em torno de  $64 - 80 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$  com 68% de confiança estatística. O parâmetro de Hubble é usualmente expresso como  $H_0 = 100h \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ , onde o fator adimensional  $h$  expressa nossa ignorância sobre o valor real dessa grandeza. Na Fig. (1.1), são mostrados os resultados recentes obtidos pelo *HST Key Project*. Note que existe uma consistência entre os cinco diferentes indicadores de distância utilizados, nominalmente, as relações de Tully-Fisher e plano fundamental, Brilho superficial, Supernovas Ia e Supernovas II. O painel inferior mostra o valor de convergência para o parâmetro de Hubble, em torno de  $H_0 = 72 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ . Mais recentemente, estimativas ainda mais precisas de  $H_0$  foram obtidas utilizando medidas de 240 variáveis Cefeidas<sup>1</sup>. O valor obtido é  $H_0 = 74.2 \pm 3.6 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$  [44].

O *redshift*  $z$  de um determinado objeto é definido em termos da razão do

---

<sup>1</sup>Nessas medidas, foram utilizados o *Near Infrared Camera and Multi-Object Spectrometer (NICMOS)* e o F160W, filtro do HST. O uso do mesmo telescópio, instrumento, e filtros para todas as Cefeidas, reduz a incerteza sistemática relativa à calibração do fluxo e o erro sistemático na determinação da luminosidade da SN Ia fudicial.



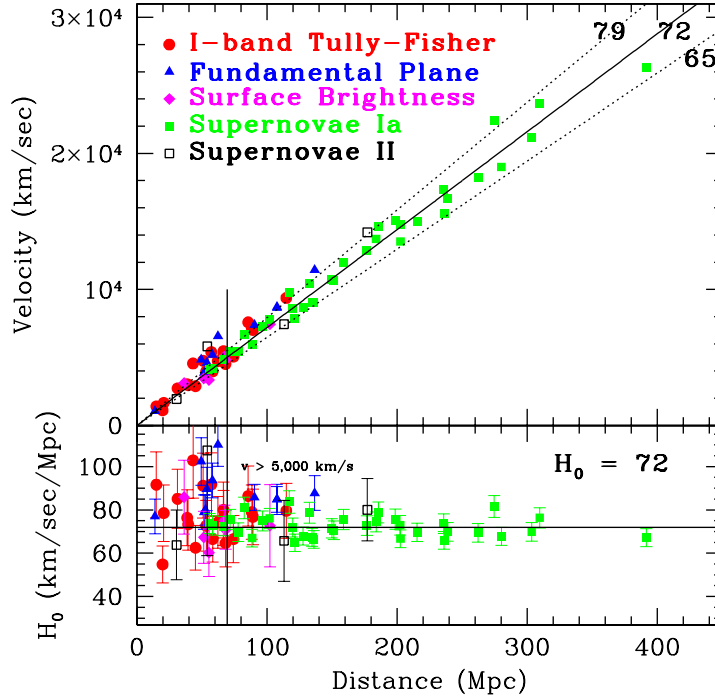


Figura 1-1: Galáxias em baixos *redshifts* são utilizadas para estimar a taxa de expansão do Universo  $H_0$ . Uma consistência entre os cinco diferentes indicadores de distância é mostrada. O painel inferior mostra o valor do parâmetro de Hubble objeto por objeto e a convergência de  $H_0 = 72 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$  [43].

comprimento de onda detectado pelo observador  $\lambda(t)$  e o comprimento de onda emitido  $\lambda_e$ , i.e.,  $z = \frac{\lambda(t) - \lambda_e}{\lambda_e}$ . Como  $\lambda(t) \propto a(t)$ , o *redshift* e o fator de escala são diretamente relacionados por [40]

$$1 + z = \frac{a_o}{a(t)}, \quad (1.3)$$

onde  $a_o$  é o valor do fator de escala em  $t = t_o$ .

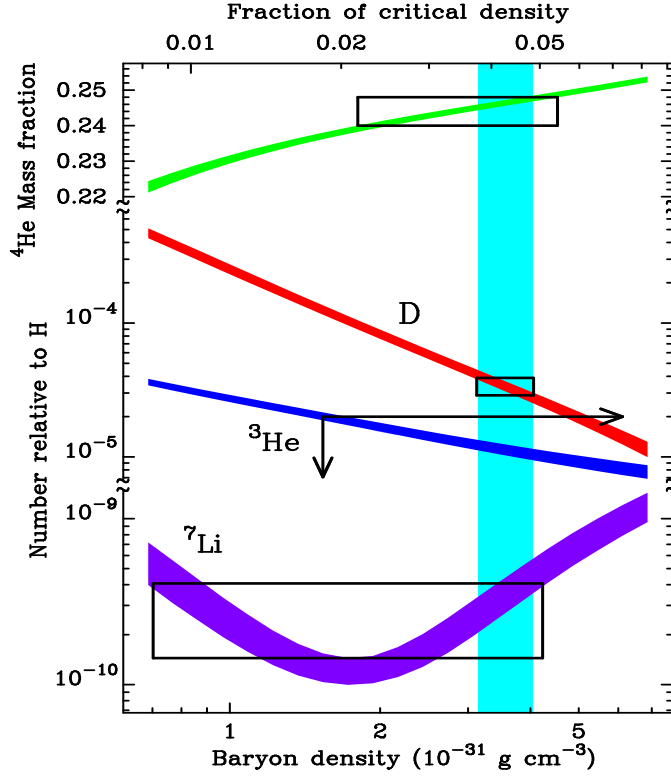


Figura 1-2: Abundância primordial dos elementos leves prevista pelo modelo padrão como uma função da razão fóton-bárion ( $\eta$ ).

## 1.2 Nucleossíntese Primordial

O Universo primordial era constituído por um plasma fortemente ionizado onde ocorriam várias reações termonucleares responsáveis pela síntese dos elementos leves (Deutério, Hélio-3, Hélio-4 e Lítio-7). A partir das taxas de expansão e esfriamento, Gamow et al., [5], calcularam a concentração desses elementos em relação a quantidade de Hidrogênio ordinário. Da Fig. (1.2), vemos que todas as abundâncias relativas dependem de um parâmetro simples, a razão fóton-bárion ( $\eta$ ). A faixa vertical mostra a região de concordância das observações das abundâncias dos 4 núcleos. Note que, tal concordância localiza-se numa faixa bastante estreita para estes núcleos, implicando em  $\Omega_b h^2 \approx 0.02$ , o que concorda com as previsões teóricas para a densidade bariônica [45]. De maneira geral, esses cálculos teóricos predizem que cerca de um quarto da matéria

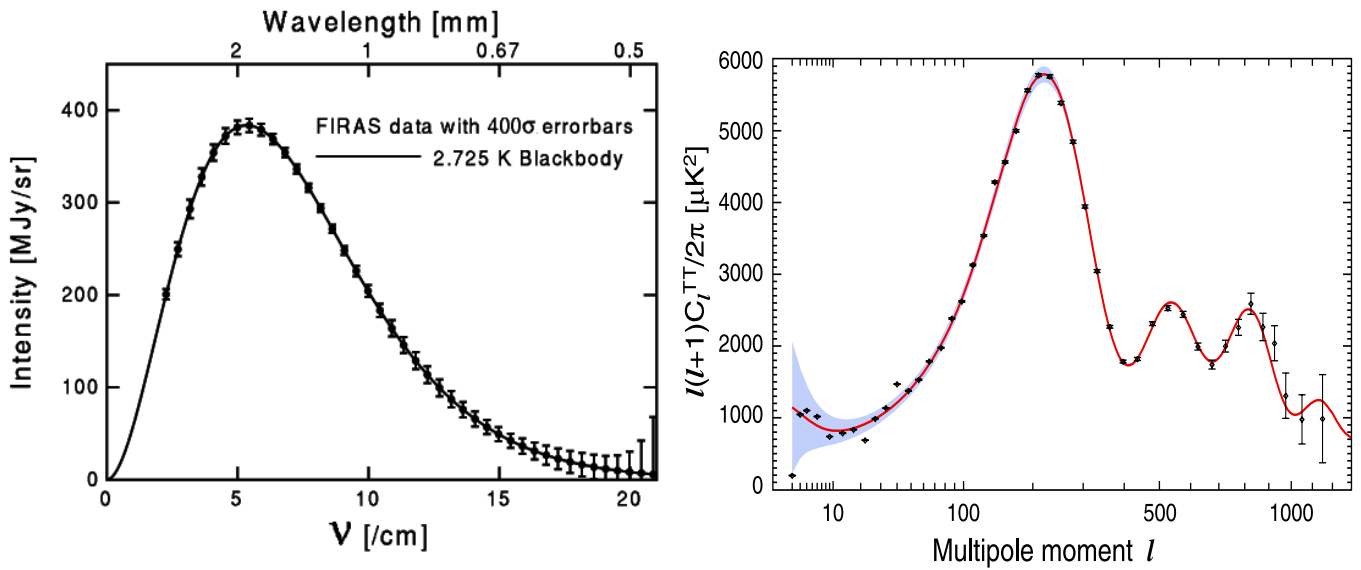


Figura 1-3: **(a)** Resultados do satélite COBE mostrando que a radiação de fundo do Universo tem um espectro de corpo negro. **(b)** Anisotropias da radiação cósmica de fundo fornecido pelo WMAP7. A linha sólida corresponde ao modelo  $\Lambda$ CDM plano:  $\Omega_b h^2 = 0.02270$  e  $\Omega_\Lambda = 0.738$ . As barras de erros sobre os dados indicam o erro observacional enquanto que a região sombreada indica a incerteza estatística. Figura retirada da Ref. [51].

bariônica do Universo consiste em Hélio-4, um resultado que está em acordo com as estimativas para esse elemento derivadas de observações em regiões  $H_{II}$  [46]. Os elementos mais pesados, dos quais nós somos constituídos, foram sintetizados mais tarde durante a evolução estelar e ejetados para o espaço em processos astrofísicos (por exemplo, em explosões de Supernovas). Para uma revisão atual sobre a nucleossíntese primordial, veja as Refs. [46, 47].

### 1.3 A Radiação Cósmica de Fundo

A detecção da RCF por Penzias e Wilson em 1965 [6] nos permitiu olhar o Universo quando este tinha apenas 300 mil anos. O espectro dessa radiação é perfeitamente consistente com um espectro de corpo negro [Fig. (1.3a)] com uma temperatura de  $2.725 \pm 0.002\text{K}$  [48]. De acordo com os resultados originalmente

obtidos pelo satélite COBE<sup>2</sup>, esse é o melhor argumento de que o Universo apresentou um estágio inicial muito quente e denso, com matéria e radiação em equilíbrio térmico, num estado conhecido como plasma primordial. A essa época, a temperatura do Universo era cerca de 3000 K, o suficiente para que os prótons e as partículas-alfa, formadas nos primeiros minutos do Universo, começassem a capturar elétrons e formar átomos de hidrogênio e hélio neutros.

A teoria do Big Bang supõe que num passado muito remoto o Universo foi quente e denso o suficiente para manter a matéria bariônica completamente ionizada, de modo que os elétrons livres tornassem o Universo opaco. Visto que um corpo quente, denso e opaco em equilíbrio produz uma radiação de corpo negro, devemos esperar que os fótons que preenchem o Universo nesta época devem apresentar um espectro típico de corpo negro.

A densidade de energia dos fótons com frequência entre  $\nu$  e  $\nu + d\nu$  para um corpo negro é dada por

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (1.4)$$

onde  $k$  é a constante de Boltzmann e  $h$  a constante de Planck. O pico na função de corpo negro ocorre em  $h\nu_{pico} \approx 2.82kT$ . Integrando (1.4) sobre todo espectro obtemos a densidade de energia total,

$$\rho_\gamma = \alpha T^4, \quad \alpha = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3}. \quad (1.5)$$

Uma vez que para um universo em expansão a densidade de energia da radiação evolui de acordo com a equação  $\rho_\gamma = \rho_{\gamma,0}(a_0/a)^4$ , temos, por (1.5), que

$$\sigma T^4 = \rho_{\gamma,0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 \Rightarrow T = T_0 \frac{a_0}{a}, \quad (1.6)$$

---

<sup>2</sup>Os primeiros resultados sobre as variações na temperatura da RCF e sobre seu espectro de corpo negro foram publicados em [48, 49]. Por esses resultados, em 2006, George F. Smoot, e Jonh C. Mather, foram laureados com o prêmio Nobel em física. Para uma revisão histórica completa sobre a RCF, veja a Ref. [50].

onde  $T_0 = (\rho_{\gamma,0}/\alpha)^{1/4}$ . Como podemos ver, a radiação de corpo negro que preenche o Universo atualmente pode ser explicada como uma relíquia da época na qual o Universo era quente e denso o suficiente para ser opaco.

Um melhor entendimento da RCF pode ser obtido fazendo-se a distinção entre três épocas extremamente relacionadas (mas não idênticas) na história do Universo:

1. a época da recombinação - é definida como o instante no qual a densidade numérica de íons é igual a densidade numérica de átomos neutros e marca o instante no qual a matéria bariônica passa de um plasma completamente ionizado a um gás de átomos neutros;
2. a época do desacoplamento - é definida como o instante no qual a taxa de espalhamento entre fótons e elétrons torna-se menor que o parâmetro de Hubble e marca o instante no qual o Universo torna-se transparente; e
3. a época do último espalhamento - definida como o instante no qual um típico fóton da RCF sofre seu último espalhamento com um elétron. Em volta de todo observador no Universo está a superfície de último espalhamento, a partir da qual os fótons têm viajado livremente sem nenhum espalhamento posterior por elétrons. Uma vez que a taxa de expansão do Universo torna-se maior que a taxa de espalhamento, a probabilidade de um fóton ser espalhado por um elétron torna-se muito pequena fazendo com que a época do último espalhamento seja muito próxima da época do desacoplamento dos fótons.

Os tempos relevantes de quatro eventos relacionados à RCF são mostrados na Tabela (1.1). Para efeito de comparação, a tabela também mostra o instante no qual ocorre a igualdade entre radiação e matéria, enfatizando o fato de que a recombinação, o desacoplamento e o último espalhamento ocorrem quando o Universo já era dominado pela matéria<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>Note que todas essas estimativas de tempos dependem do modelo cosmológico escolhido. Aqui, o modelo escolhido foi o  $\Lambda$ CDM plano,  $\Omega_m = 0.3$  e  $\Omega_\Lambda = 0.7$ .

Tabela 1.1: Eventos relacionados à RCF.

Evento	$z$	$T(K)$	$t(10^6 \text{ anos})$
igualdade matéria-radiação	3570	9730	0.047
recombinação	1370	3740	0.24
desacoplamento	1100	3000	0.35
último espalhamento	1100	3000	0.35

Embora a temperatura da RCF seja muito aproximadamente isotrópica, algumas fontes de anisotropias foram identificadas a partir dos resultados do COBE. Tais fontes foram geradas a partir de pequenas flutuações na distribuição de matéria do Universo na última superfície de espalhamento. Essas pequenas *inhomogeneidades* foram posteriormente amplificadas pela gravidade e formaram as grandes estruturas que observamos hoje.

Denotando a temperatura da RCF num determinado ponto do céu por  $T(\theta, \phi)$ , as flutuações de temperatura da RCF neste ponto são dadas por

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \frac{T(\theta, \phi) - \langle T \rangle}{\langle T \rangle}, \quad (1.7)$$

onde

$$\langle T \rangle = \frac{1}{4\pi} \int T(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 2.725\text{K} \quad (1.8)$$

é a média sobre todas as direções. Mapas do céu orbitados pelo COBE e WMAP fornecem uma flutuação de temperatura quadrática média de

$$\left\langle \left( \frac{\delta T}{T} \right)^2 \right\rangle^{1/2} = 1.1 \times 10^{-5}. \quad (1.9)$$

O fato da temperatura da RCF variar somente de  $30 \mu\text{K}$  através do céu indica uma grande isotropia da RCF. Visto que  $\delta T/T$  é definido sobre a superfície de

uma esfera, a esfera celeste, é útil expandi-la em harmônicos esféricos  $Y_{lm}(\theta, \phi)$

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (1.10)$$

A propriedade estatística mais importante de  $\delta T/T$  é a função de correlação definida por

$$c(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\hat{n}) \frac{\delta T}{T}(\hat{n}') \right\rangle_{\hat{n} \cdot \hat{n}' = \cos \theta} = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \theta), \quad (1.11)$$

onde  $\hat{n}$  e  $\hat{n}'$  indicam direções separadas por um ângulo  $\theta$  no céu,  $P_l$  os polinômios de Legendre e  $C_l$  os momentos de multipolo. O momento de multipolo  $C_l$  é uma medida das flutuações de temperatura em escalas angulares  $\theta \sim 180^\circ/l$ . Os momentos de maior interesse para os cosmólogos são os com  $l \geq 2$ , uma vez que revelam o tamanho das flutuações de  $T$  na superfície de último espalhamento<sup>4</sup>. As flutuações de densidade da RCF são mais convenientemente escritas em termos da função  $\Delta_T$  definida por

$$\Delta_T \equiv \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l \langle T \rangle^2. \quad (1.12)$$

A Figura (1.3b) mostra as flutuações de temperatura  $\Delta_T$  como função do logaritmo de  $l$ . Note que  $\Delta_T$  apresenta um pico em  $l \sim 200$  correspondendo a um tamanho angular de  $\sim 1^\circ$ .

Para podermos extrair informações dos mapas da radiação cósmica de fundo, precisamos nos valer de algumas ferramentas estatísticas. Uma destas ferramentas nos possibilita compor um espectro que representa a amplitude das flutuações em função da escala angular, conforme mostra a Fig. (1.3b) fornecido pelo WMAP7. A linha sólida corresponde ao modelo  $\Lambda$ CDM:  $\Omega_b h^2 = 0.02270$  e  $\Omega_\Lambda = 0.738$ . As barras de erros sobre os dados (as quais são pequenas para

---

<sup>4</sup>O termo de monopolo ( $l = 0$ ) se anula se a temperatura média foi definida corretamente e o termo de dipolo ( $l = 1$ ) é resultado do desvio Doppler devido ao nosso movimento através do espaço.

maioria deles) indicam o erro observacional enquanto que a região sombreada indica a incerteza estatística, conhecida como variância cósmica, a qual é a incerteza dominante em largas escalas [51]. Os picos estão relacionados com as chamadas oscilações acústicas no plasma, e podemos associá-los com os modos harmônicos desta oscilação. O primeiro pico representa o harmônico fundamental - a maior onda que poderia aparecer no meio e que define o tamanho do Universo observável ou escala angular do horizonte. Os outros picos estão ligados aos outros harmônicos. A consequência dessa associação é que podemos determinar algumas das quantidades fundamentais do Universo (idade, composição e geometria) com base no número, largura, altura e posição dos picos. (Para revisões recentes sobre a física da RCF, veja a Ref. [50].) No Capítulo 4, uma discussão mais detalhada da RCF como um teste cosmológico será apresentada.

## 1.4 A Dinâmica do Universo

A métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) \right], \quad (1.13)$$

é baseada na hipótese da homogeneidade e isotropia do Universo em grandes escalas, onde as coordenadas  $r$ ,  $\theta$  e  $\phi$  são ditas coordenadas comóveis e a constante  $k$  representa a geometria da seção espacial do espaço-tempo, com universos fechado, plano e aberto correspondendo a  $k = +1, 0, -1$ , respectivamente.

A dinâmica do Universo é descrita pelas equações não lineares de Einstein, que nos permitem determinar a evolução do fator de escala em termos do conteúdo energético, i.e.,

$$G_{\nu}^{\mu} = R_{\nu}^{\mu} - \frac{1}{2}g_{\nu}^{\mu}R = 8\pi GT_{\nu}^{\mu}, \quad (1.14)$$

onde  $G_{\nu}^{\mu}$  é o tensor de Einstein e  $R_{\nu}^{\mu}$  é o tensor de Ricci que depende da métrica e suas derivadas,  $R$  é o escalar de Ricci,  $G$  é a constante de gravitação universal



de Newton e  $T_{\nu}^{\mu}$  é o tensor de energia-momento dos campos de matéria. Para um fluido perfeito, com densidade de energia  $\rho$  e pressão  $p$ , temos

$$T_{\nu}^{\mu} = (\rho + p)u^{\mu}u_{\nu} - pg_{\nu}^{\mu}, \quad (1.15)$$

onde  $g_{\nu}^{\mu}$  é o tensor métrico e  $u^{\mu} = (1, 0, 0, 0)$ , pois o fluido está em repouso em relação às coordenadas comóveis (1.13).

As Eqs. (1.13) e (1.14) para um observador comóvel se reduzem a duas equações independentes, i.e.,

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2}, \quad (1.16)$$

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = -8\pi Gp - 2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{k}{a^2}. \quad (1.17)$$

A partir das equações acima é possível mostrar que a equação de conservação da energia pode ser escrita como,

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (1.18)$$

Para o caso plano ( $k = 0$ ), a Eq. (1.16) implica naturalmente na existência de uma densidade crítica, dada por

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (1.19)$$

Usando as equações (1.16) e (1.17) é ainda possível obter uma expressão para aceleração, ou seja,

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (1.20)$$

Note que, como a gravidade é atrativa, para um fluido com pressão positiva, a expansão do Universo é sempre desacelerada,  $\ddot{a} < 0$ , independentemente se

$k = +1, 0, -1$ , satisfazendo assim a chamada condição de energia forte (CEF)<sup>5</sup>.

De um modo geral, as componentes de energia que constituem o fluido cósmico obedecem uma equação de estado simples, ou seja,

$$p = \omega\rho, \quad (1.21)$$

onde  $\omega$  é o parâmetro da equação de estado. No caso geral em que  $\omega = \omega(z)$ , uma combinação da equação acima com a Eq. (1.18) implica em

$$\rho(z) = \rho_0 \exp \left\{ \int_{a_0}^a 3 [1 + \omega(z)] d \ln(1 + z) \right\}, \quad (1.22)$$

enquanto que se  $w \equiv$  constante, temos

$$\rho(t) = \rho_0 \left( \frac{a_0}{a} \right)^{3(\omega+1)}. \quad (1.23)$$

Em sua fase inicial, o Universo foi dominado por radiação, onde  $\omega = 1/3$ . Para esta componente a expressão acima reduz-se a

$$\rho_R(t) = \rho_R \left( \frac{a_0}{a} \right)^4. \quad (1.24)$$

Para matéria não-relativística com  $p \simeq 0$  ou, equivalentemente  $\omega = 0$ , temos

$$\rho_m(t) = \rho_m \left( \frac{a_0}{a} \right)^3. \quad (1.25)$$

Analisando as equações anteriores, é fácil perceber que para uma componente de energia escalando com uma potência inferior a 3 (três), sua densidade de energia diluiria mais lentamente do que a da matéria e, conseqüentemente,

---

<sup>5</sup>A CEF é a afirmação de que para algum vetor tipo tempo vale a desigualdade  $T_{\mu\nu} - T/2g_{\mu\nu}t^\mu t^\nu \geq 0$ , onde  $T$  é o traço de  $T_{\mu\nu}$ . Esta condição implica que a expansão do Universo está desacelerando independentemente do sinal da curvatura espacial. Na geometria de FRW, tal condição pode ainda ser expressa como  $\rho + 3p \geq 0$  [52] - [54].

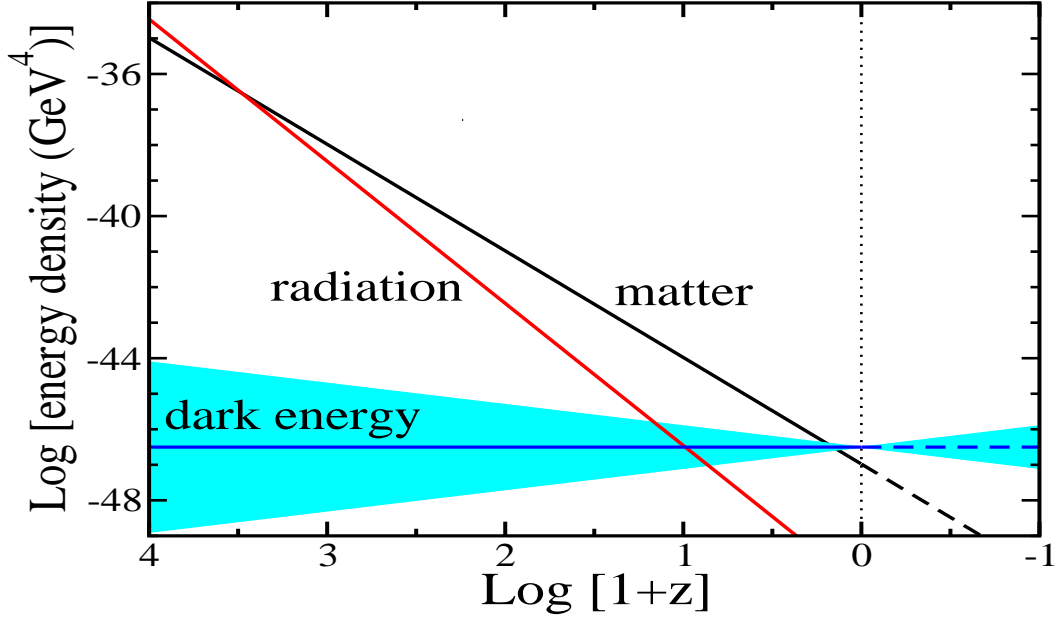


Figura 1-4: Evolução das componentes de radiação, matéria e energia escura ao longo da evolução do Universo. Figura retirada de [55].

tal componente dominaria a fase atual de expansão do Universo [veja a Fig. (1.4)]. A existência dessa componente, por sua vez, tem sido indicada por um número considerável de observações cosmológicas que apontam para uma possível fase de expansão acelerada do Universo [8]-[12]. Como vimos da Eq. (1.20), no contexto da TRG, esse fato só é possível de ser explicado a partir da existência de uma componente exótica, com pressão negativa, denominada energia escura. Note, contudo, que um fluido com comportamento repulsivo ( $\omega \leq -\frac{1}{3}$ ) viola a CEF. Note ainda que, se  $\omega = -1$ , temos o caso da constante cosmológica, que discutiremos mais detalhadamente na próxima seção. Para valores de  $-1 < \omega < -1/3$ , tal componente, denominada quintessência, é associada a um campo escalar  $\phi$  com potencial escalar  $V(\phi)$ , cuja Lagrangiana é dada por  $\mathcal{L} = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi)$  [56, 57]. No caso ainda mais exótico em que o termo cinético acima é negativo, a componente responsável pela aceleração do

Universo é denominada “campo fantasma” e tem  $\omega < -1$  [58, 59].

## 1.5 O Modelo $\Lambda$ CDM

Do ponto de vista teórico, o candidato mais natural para representar a energia escura é a constante cosmológica ( $\Lambda$ ), cujo tensor de energia-momento tem a forma  $T_{\mu\nu}^{vac} = \Lambda g_{\mu\nu}$  correspondendo à um fluido com equação de estado

$$p_{vac} = -\rho_{vac}, \quad (1.26)$$

onde  $\rho_{vac}$  e  $p_{vac}$  representam, respectivamente, as densidades de energia do vácuo e a pressão associada ao mesmo [40, 41]. Por causa de seus muitos sucessos do ponto de vista observacional, modelos planos com uma constante cosmológica são considerados atualmente nossa melhor descrição do universo observado. Para algumas revisões recentes, veja a Ref. [60, 61].

Para entender melhor como  $\Lambda$  explica o fenômeno da aceleração do universo, consideremos a Eq. (1.20)

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_m + \rho_{vac} + 3p_{vac}). \quad (1.27)$$

Substituindo a Eq. (1.26) na expressão acima, o sinal de  $\ddot{a}$  é modificado sempre que a condição  $\rho_{vac} > \rho_m/2$  for satisfeita.  $\Lambda$ , portanto, dá origem a uma força gravitacional repulsiva<sup>6</sup> que poderia ser responsável pela aceleração atual do universo.

Há, no entanto, pelo menos um sério problema a ser considerado quando uma constante cosmológica não nula é assumida: para dominar a dinâmica do

---

<sup>6</sup>A partir da Eq. de Raychaudhury, isto é,  $\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho_m + \frac{\Lambda}{3}$  fica claro que a constante cosmológica dá origem a um tipo de força repulsiva proporcional a distância  $f = -\frac{GM}{r^2} + \frac{\Lambda}{3}r$  que, a princípio, poderia ser o mecanismo por trás da expansão cósmica evidenciada pelas observações atuais de SNe Ia.

universo somente nos estágios atuais, um valor muito pequeno ( $\Lambda \sim 10^{-56} \text{cm}^{-2}$ ) é requerido pelas observações astronômicas enquanto determinações teóricas, provenientes da Teoria Quântica de Campos, implicam num resultado entre 50-120 ordens de magnitude maior, o que origina um complicado problema de “ajuste fino” ou faz um cancelamento completo ( $\Lambda = 0$ , a partir de algum mecanismo físico ainda desconhecido) parecer mais plausível. A dificuldade em explicar tal discrepância é conhecido como o Problema da Constante Cosmológica e constitui um dos principais problemas da Física Teórica atual [62] - [64] (veja também [65] para uma explicação alternativa para da discrepância acima mencionada). Diante de tal situação, resta-nos ainda uma alternativa: se a constante cosmológica é nula, algo, cuja natureza é desconhecida, deve estar acelerando o universo. Algumas alternativas à  $\Lambda$  serão discutidas no Capítulo 2.

É possível ainda obter, a partir das Eqs. (1.16) e (1.17), como o fator de escala varia com o tempo para o fluido dominante ( $\omega = \text{constante}$ ),

$$a \propto \int \left( C a^{-3(w+1)} - k \right)^{1/2} dt, \quad (1.28)$$

onde  $C$  é uma constante de integração. Para o caso plano ( $k = 0$ )<sup>7</sup>, a integral acima é facilmente resolvida, resultando em

$$a \propto t^{\frac{2}{3(w+1)}}. \quad (1.29)$$

Durante a era da radiação ( $\omega = 1/3$ ), o fator de escala se comportava como  $a \propto t^{\frac{1}{2}}$ , enquanto que para a era da matéria ( $\omega = 0$ )  $a \propto t^{\frac{2}{3}}$ . Da Eq. (1.16), a dependência temporal desse fator para o caso em que  $\omega = -1$  resulta em  $a \propto e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t}$ . Na Tabela (1.1), nós mostramos como a densidade de energia para cada componente do fluido cósmico evolui com o fator de escala, assim como a

---

<sup>7</sup>Tal aproximação está de acordo com os resultados recentes da RCF que sugerem um Universo aproximadamente plano com  $\Omega_k = -0.014 \pm 0.017$  [20].

Tabela 1.2: Comportamento da densidade de energia para cada componente em função do fator de escala e a variação desse fator com o tempo.

$\omega = \text{constante}$	$\rho \propto a^{-3(\omega+1)}$	$a \propto t^{\frac{2}{3(\omega+1)}}$
$\omega = 1/3$	$\rho \propto a^{-4}$	$a \propto t^{\frac{1}{2}}$
$\omega = 0$	$\rho \propto a^{-3}$	$a \propto t^{\frac{2}{3}}$
$\omega = -1$	$\rho = \text{constante}$	$a \propto \exp(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t)$ .

evolução deste com o tempo.

Para os testes cosmológicos discutidos nos próximos Capítulos, é mais conveniente escrever a Eq. (1.16) em termos de parâmetros adimensionais para todos os constituintes do Universo. Neste caso,

$$\mathcal{H}^2 = \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_R (1+z)^4 + \Omega_x \exp \left\{ \int_{a_0}^a 3 [1 + \omega(z)] d \ln(1+z) \right\} + \Omega_k (1+z)^2, \quad (1.30)$$

onde  $\mathcal{H} = \frac{H}{H_0}$ . Para  $\omega \equiv \text{constante}$ , a expressão acima reduz-se a

$$\mathcal{H} = \left[ \sum_i \Omega_i (1+z)^{3(1+w_i)} + \Omega_k (1+z)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.31)$$

onde  $\Omega_i \equiv 8\pi G\rho_i/(3H_0^2) = \rho_i/\rho_c(t)$  corresponde ao parâmetro de densidade associado às componentes de energia ( $i = \text{matéria, radiação e energia escura}$ ) e  $\Omega_k$  ao parâmetro de curvatura do Universo, definido como  $\Omega_k = -k/(a_0 H_0)^2$ . Da condição de normalização, temos ainda que,

$$\Omega_k = 1 - \sum_i \Omega_i. \quad (1.32)$$

Com isso, uma medida da densidade do Universo e sua comparação com a densidade crítica nos permite inferir o parâmetro de curvatura e,

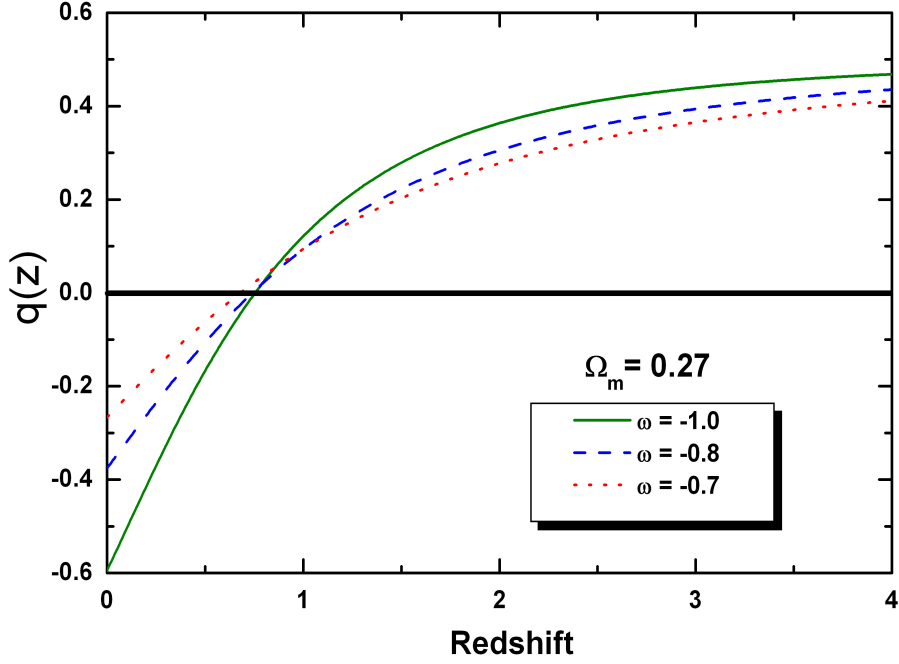


Figura 1-5: O parâmetro de desaceleração como função do *redshift* para alguns valores selecionados de  $\Omega_m$  e  $\omega$  e  $\Omega_R = \Omega_k = 0$ .

consequentemente, a geometria do Universo, ou seja,

$$\begin{aligned} \sum_i \Omega_i > 1 \quad \text{se} \quad \sum_i \rho_i > \rho_c &\longrightarrow \Omega_k < 0 \quad \text{e} \quad k = +1 \quad (\text{fechado}), \\ \sum_i \Omega_i = 1 \quad \text{se} \quad \sum_i \rho_i = \rho_c &\longrightarrow \Omega_k = 0 \quad \text{e} \quad k = 0 \quad (\text{plano}), \\ \sum_i \Omega_i < 1 \quad \text{se} \quad \sum_i \rho_i < \rho_c &\longrightarrow \Omega_k > 0 \quad \text{e} \quad k = -1 \quad (\text{aberto}). \end{aligned}$$

Um outro parâmetro que pode ser escrito em termos do fator de escala é o chamado parâmetro de desaceleração, definido como  $q = -a\ddot{a}/\dot{a}^2$ . Em termos dos parâmetros de densidade,  $q(z)$  adquire a seguinte forma

$$q(z) = \frac{3}{2} \frac{\sum_i \Omega_i (1 + \omega_i) (1 + z)^{3(1+\omega_i)}}{\sum_i \Omega_i (1 + z)^{3(1+\omega_i)} + \Omega_k (1 + z)^2} - 1. \quad (1.33)$$

A partir da equação acima, é ainda possível mostrar que o *redshift* de aceleração  $z_*$  correspondendo à época da transição desaceleração/aceleração pode ser escrito como

$$z_* = -1 + \left[ (3|\omega_i| - 1) \frac{1 - \Omega_m}{\Omega_m} \right]^{1/3|\omega_i|}. \quad (1.34)$$

(Para um estudo sobre o *redshift* de aceleração em modelos de quintessência, veja [66].)

Na Fig. (1.5), mostramos o parâmetro de desaceleração como função do *redshift* para alguns valores selecionados de  $\Omega_m$  e  $\omega$  e  $\Omega_R = \Omega_k = 0$ . Note que para altos-*redshifts* a expansão do Universo foi desacelerada, enquanto que para baixos-*redshifts* o Universo passou a expandir com uma taxa acelerada.

## 1.6 Sumário

Neste Capítulo, apresentamos aspectos gerais do chamado modelo padrão da cosmologia ( $\Lambda$ CDM) e enfatizamos algumas das suas principais relações observáveis. Apesar do grande sucesso da cosmologia padrão em explicar as observações astronômicas, o modelo deixa algumas questões em aberto como, por exemplo, a natureza da energia e matéria escuras que dominam o Universo atual. Nesse sentido, diversos possíveis candidatos alternativos têm sido intensamente discutidos na literatura, alguns dos quais passaremos a descrever no próximo Capítulo.



# Capítulo 2

## Cosmologias Alternativas

O principal objetivo da Cosmologia consiste em determinar um modelo cosmológico que prediga os resultados das observações astronômicas. Como mencionado no Capítulo anterior, apesar da cosmologia padrão ser capaz de descrever muito bem o estágio atual do Universo, a ausência de uma fundamentação teórica, proveniente de física fundamental, sobre o mecanismo que está por trás da aceleração cósmica, tem aumentado o número de cenários cosmológicos alternativos. Essas investigações seguem, em geral, duas linhas principais:

- A possibilidade da existência de novos campos no Universo;
- A modificação da gravidade em grandes escalas.

A seguir, faremos uma breve revisão sobre alguns modelos alternativos que se propõem a explicar a evolução atual do Universo. Nos Capítulos 5 e 6, examinaremos se tais modelos são consistentes com os principais testes de idades e distâncias existentes na literatura.

## 2.1 Modelos de Energia Escura

### 2.1.1 Campo Escalar

Uma maneira simples de descrever a componente exótica responsável pela aceleração atual do Universo é através de um campo escalar  $\phi$ . Nestes modelos, originalmente propostos nas Refs. [67, 68], considera-se um Universo em expansão dirigido por campo escalar espacialmente homogêneo e potencial  $V(\phi)$  minimamente acoplado com a gravidade.

O tensor energia-momento  $T^{\mu\nu}$  para um campo escalar é dado por [69]

$$T^{\mu\nu} = \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi - g^{\mu\nu} \mathcal{L}, \quad (2.1)$$

onde  $\mathcal{L}$  é a densidade lagrangiana desse campo que pode ser escrita como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi). \quad (2.2)$$

Assim, o tensor energia-momento resulta em

$$T^{\mu\nu} = \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi - g^{\mu\nu} \left( \frac{1}{2} \partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi - V(\phi) \right). \quad (2.3)$$

Como  $\phi$  é espacialmente homogêneo, podemos escrever as componentes individuais do tensor energia momento da seguinte forma:

$$T_i^0 = 0, \quad (2.4)$$

$$T_j^i = 0 \quad (i \neq j), \quad (2.5)$$

$$T_0^0 = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (2.6)$$

$$T_i^i = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (2.7)$$

Das Eqs. (2.6) e (2.7), a densidade de energia e a pressão são dadas,

respectivamente, por  $\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$  e  $p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$ , implicando numa equação de estado do tipo

$$\omega_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (2.8)$$

Um campo escalar homogeneamente distribuído pode acelerar o Universo se  $-1 \leq \omega_\phi \leq -1/3$ , ou seja, se  $V(\phi) \geq \dot{\phi}^2$  (por esta mesma razão, campos escalares são utilizados para modelar cenários inflacionários).

Várias formas para o potencial  $V(\phi)$  têm sido propostas na literatura, com algumas delas sendo capazes de explicar os dados atuais [56]. Um aspecto interessante que merece ser destacado é o fato da equação de estado para um campo escalar ser necessariamente variável. Em outras palavras, isso significa que evidências observacionais concretas a favor de uma equação de estado variável podem eliminar o principal candidato à energia escura, isto é, a constante cosmológica ( $\omega = -1$ ). Para uma discussão sobre uma possível variação temporal de  $\omega$ , veja [70]. Em particular, somente quando o campo varia lentamente e  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ , temos  $\omega \sim -1$ , e o campo  $\phi$  age semelhantemente a uma constante cosmológica<sup>1</sup>.

A equação para um campo  $\phi$  é dada pela conservação de energia

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (2.9)$$

onde a linha (') indica derivadas com respeito ao campo  $\phi$ . A Tabela (2.1) mostra alguns dos potenciais escalares que têm sido investigados na literatura recentemente.

Nesta tese, estamos particularmente interessados no primeiro potencial da Tabela (2.1), isto é,  $V(\phi \propto \phi^{-\alpha})$ , proposto originalmente por Ratra & Peebles

---

<sup>1</sup>Formalmente, no limite  $\omega \sim -1$ , quintessência e  $\Lambda$  são equivalentes. No entanto, fisicamente estas duas formas de energia são completamente distintas: enquanto a quintessência é uma componente dinâmica a densidade de energia do vácuo é inerte.

Potencial $V(\phi)$	Referências
$\phi^{-\alpha}, \alpha > 0$	[56]
$\exp(-\lambda\phi)$	[67]
$\lambda\phi^4$	[71]
$\exp(-\lambda\phi)/\phi^\alpha, \alpha > 0$	[72]
$\exp(-\lambda/\phi) - 1$	[73]
$(\cosh(\lambda\phi) - 1)^n, n > 0$	[74]
$((\phi - C_1)^\lambda + C_2) \exp(-k\phi)$	[75]

Tabela 2.1: Lista de alguns possíveis potenciais escalares.

[56]. Nesse modelo, que denominaremos  $\phi$ CDM, somente parte da energia do campo escalar *inflaton*, responsável pela inflação, é convertida em entropia no final do período inflacionário. A parte restante decresce lentamente até o mínimo do potencial, causando a aceleração atual do Universo.

A ação proposta na Ref. [56] é escrita como:

$$S = \int d^4x \left[ \sqrt{-g} \frac{1}{16\pi G} \left( -R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{\kappa}{2G} \phi^{-\alpha} \right) + \mathcal{L} \right], \quad (2.10)$$

onde  $\mathcal{L}$  é a densidade lagrangiana da matéria. O parâmetro  $\alpha$  descreve a “declividade” do potencial escalar. Para maiores (menores) valores de  $\alpha$ , temos uma evolução mais rápida (mais lenta) do campo escalar. No limite em que  $\alpha \rightarrow 0$ , o modelo  $\phi$ CDM espacialmente plano se reduz ao caso  $\Lambda$ CDM plano.

A dinâmica do modelo  $\phi$ CDM é obtida resolvendo as equações abaixo:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho_m + \rho_\phi), \quad (2.11)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = \frac{k\alpha}{\phi^{\alpha+1}}. \quad (2.12)$$

Alguns aspectos observacionais dessa classe de modelos podem ser encontrados nas Refs. [76]-[83]. Entretanto é ainda importante observar que a energia escura,

definida na forma de um campo escalar, continua sendo uma solução problemática que não apenas depende de uma função arbitrária  $V(\phi)$  mas também precisa ser cuidadosamente ajustada, de uma maneira semelhante à constante cosmológica.

### 2.1.2 Gás de Chaplygin

Do ponto de vista cosmológico, a diferença principal entre matéria e energia escuras é que, diferentemente desta, a matéria escura aglomera em pequenas escalas. Recentemente, a possibilidade de que essas duas componentes pudessem ser manifestações de uma única substância foi bastante investigada na literatura [84]-[87]. Em particular, um modelo de unificação interessante em que o Universo atual é dominado por um fluido exótico, denominado gás de Chaplygin (GC), foi discutido por Kamenshchik *et al.* [88] e posteriormente desenvolvido por Bilic *et al.* [89]. Este fluido obedece a uma equação de estado do tipo

$$p_C = -\frac{A}{\rho_C^\alpha}, \quad (2.13)$$

onde  $A$  e  $\alpha$  são constantes arbitrárias e positivas. Na realidade, a Eq. (2.13) para  $\alpha \neq 1$  é uma generalização da equação de estado do GC original proposta por Bento *et al.* [90]. Nas análises discutidas nesta tese, ambos os modelos GC ( $\alpha = 1$ ) e sua generalização (GCG) são considerados.

A partir da Eq. (2.13), a idéia de unificação surge uma vez que o GC pode naturalmente interpolar entre os regimes de matéria não-relativística e energia escura. Isto pode ser mais facilmente visualizado inserindo a Eq. (2.13) na lei de conservação de energia, o que resulta em

$$\rho_C = \rho_{C_0} \left[ A_s + (1 - A_s) \left( \frac{a_0}{a} \right)^{3(1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (2.14)$$

onde  $\rho_{C_0}$  é a atual densidade de energia associada ao GC.  $A_s = A/\rho_{C_0}^{1+\alpha}$  é uma quantidade relacionada a velocidade do som para o gás de Chaplygin generalizado. Note que no limite  $a \rightarrow 0$ , o segundo termo do lado direito domina, resultando

em  $P_C \propto a^{-3}$  (matéria escura) enquanto que para  $a \rightarrow \infty$ , a densidade de energia evolui como  $\rho_C \propto -\text{cte.}$  (energia escura). Note ainda que a Eq. (2.14) é decrescente e há uma densidade de energia mínima que ocorre quando  $p = -\rho$ . A dinâmica desse fluido exótico para universo plano é descrita por [84, 90]

$$\mathcal{H}^2 = \left\{ \Omega_{b0} a^{-3} + (1 - \Omega_{b0}) [A_s + (1 - A_s)] a^{-3(1+\alpha)} \right\}^{1/1+\alpha}, \quad (2.15)$$

onde  $\Omega_{b0}$  é a densidade bariônica atual<sup>2</sup>.

Tanto o modelo original quanto o modelo generalizado foram bastante estudados e testados com dados de supernova do tipo Ia [92], lentes gravitacionais [93] (veja também [94] para uma revisão recente). No caso GCG, o modelo mostrou-se bastante concordante com testes que dependem somente da métrica de fundo. No entanto, ele apresentou problemas relacionados com estabilidade e oscilações no espectro de potência da matéria quando se considera perturbações adiabáticas [92]. Neste caso, apenas modelos em que o parâmetro  $\alpha$  é muito próximo de zero são compatíveis com as observações [95].

Portanto, para modelos do tipo Chaplygin, a situação atual é um tanto quanto controversa, com alguns testes indicando uma boa concordância entre os dados observacionais e as previsões teóricas do modelo, enquanto outros descartam a possibilidade do modelo constituir uma descrição real do nosso universo.

### 2.1.3 Decaimento do Vácuo

Modelos fenomenológicos com decaimento do vácuo constituem uma tentativa relevante no sentido de resolver os problemas da constante cosmológica e coincidência [96]-[98]. A idéia fundamental na qual tais modelos se baseiam é que o termo cosmológico efetivo decresce para o seu valor atual ao longo da evolução do universo  $[\Lambda(t)]$ . Dessa maneira, o valor atual da constante cosmológica é

---

<sup>2</sup>Em nossas análises, assumimos um valor fixo para  $\Omega_{b0} = 0.0416$ , como obtido recentemente pelas medidas de anisotropias da RCF [91] para o parâmetro de Hubble  $H_0 = 74.2 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ .

pequeno porque o universo é velho!

Em linhas gerais, as equações de Einstein para esta classe de modelos são escritas como

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi G \left[ T_{\mu\nu} - \frac{\Lambda(t)}{8\pi G}g_{\mu\nu} \right], \quad (2.16)$$

onde  $T_{\mu\nu}$  é o tensor de energia-momento dos campos materiais. De acordo com as identidades de Bianchi, a equação acima implica em  $\Lambda = \text{constante}$  se  $T_{\mu\nu} = 0$  ou se  $T_{\mu\nu}$  conserva-se separadamente ( $u_\mu T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$ ). Desta maneira, para ser consistente, a variação temporal do termo cosmológico deve resultar numa troca de energia entre o vácuo e a matéria

$$u_\mu T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = -\frac{u_\mu g^{\mu\nu} \Lambda_{;\nu}}{8\pi G}, \quad (2.17)$$

ou, equivalentemente,

$$\dot{\rho}_m + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_m = -\dot{\rho}_\Lambda. \quad (2.18)$$

Uma lei de decaimento interessante e realística foi discutida na Ref [99]. O argumento básico utilizado é que esta interação matéria-energia escuras implica necessariamente que a densidade de energia da primeira componente deve diluir diferentemente da evolução padrão  $\rho_m \propto a^{-3}$ , com esta diferença sendo caracterizada por uma função arbitrária  $\epsilon$  (para uma revisão, veja também a Ref. [100]). Recentemente, um caso ainda mais realístico foi proposto na Ref [101], onde  $\epsilon$  é uma a quantidade que pode variar ao longo da evolução do Universo. Assim, a densidade de energia da matéria é dada por<sup>3</sup>

$$\rho_m = \rho_{m0} a^{-3+\epsilon(a)}. \quad (2.20)$$

---

<sup>3</sup>Um caso ainda mais geral foi proposto por Costa [102], cuja densidade de energia do campo  $\phi$  pode ser escrita como

$$\rho_\phi = \left[ \rho_{\phi,0} + \rho_{m,0} \int_0^1 \frac{[\epsilon(a) + a\epsilon \ln a]}{a^{1-3\omega_\phi - \epsilon(a)}} da \right] a^{-3+\omega_0}. \quad (2.19)$$

Para  $\omega_\phi = -1$  a expressão acima reduz ao modelo de decaimento do vácuo proposto por Costa & Alcaniz [101].

Aqui, os outros campos de matéria (radiação e bárion) são conservados separadamente e, a partir das Eqs. (2.18) e (2.20), a densidade de energia do vácuo pode ser escrita como

$$\rho_\Lambda = \left[ \rho_{\Lambda,0} + \rho_{m,0} \int_a^1 \frac{[\epsilon(\tilde{a}) + \tilde{a} \ln(\tilde{a})]}{\tilde{a}^{4-\epsilon(\tilde{a})}} d\tilde{a} \right]. \quad (2.21)$$

Por simplicidade, nós restringiremos nossas análises para modelos de quintessência acoplada em que  $\epsilon = \epsilon_0 \equiv \text{constante}$ , ou seja,

$$\rho_\Lambda = \tilde{\rho}_{\Lambda,0} + \frac{\epsilon_0 \rho_{m,0}}{3 - \epsilon_0} a^{-3+\epsilon_0}, \quad (2.22)$$

que matematicamente é equivalente aos cenários de decaimento do vácuo propostos por Wang & Meng [99] e Alcaniz & Lima [103].

Neligienciando a contribuição da radiação, a dinâmica deste cenário para o caso plano pode ser escrita como

$$\mathcal{H}^2 = \left[ \Omega_b a^{-3} + \frac{3\Omega_m}{3 - \epsilon} a^{(3-\epsilon)} + \tilde{\Omega}_\Lambda \right], \quad (2.23)$$

onde  $\tilde{\Omega}_\Lambda$  é o parâmetro de densidade associado à parte residual da densidade de energia do vácuo, isto é,  $\tilde{\rho}_{\Lambda,0}$ .

Modelos com decaimento do vácuo também têm sido investigados do ponto de vista observacional por diversos autores (veja, por exemplo, [104, 105] e o Apêndice B). Como regra geral, tais cenários podem ser interpretados do ponto de vista cinemático como um caso intermediário entre modelos denominados por uma energia fantasma e modelos de quintessência.

## 2.2 Cosmologia com Gravidade Modificada

Nas seções anteriores, nós discutimos como a aceleração do Universo pode ser explicada a partir de processos físicos envolvendo a interação de novos campos na natureza. No entanto, uma rota completamente alternativa para o problema da



energia escura poderia ser uma modificação na teoria da gravitação ao invés de um ajuste no conteúdo energético do universo. Esta idéia, por sua vez, trás à tona uma outra questão importante (e não menos complexa) na interface Física Fundamental/Cosmologia: dimensões extras. Como é bem conhecido, a existência de dimensões extras é necessária em várias teorias alternativas ao Modelo Padrão da Física de Partículas, especialmente em teorias de unificação das interações fundamentais como, por exemplo, Teoria de Cordas e Teoria M [106, 107] (Veja também as Refs. [108, 109] para uma discussão detalhada deste tópico). Dimensões extras podem também fornecer uma possível explicação para o problema de hierarquia, isto é, uma diferença entre as escalas de energia eletrofraca e de Planck ( $m_{pl}/m_{EF} \sim 10^{16}$ ) [110, 111].

### 2.2.1 Branais

No contexto cosmológico, o papel desempenhado pela possível existência de dimensões extras é bem traduzido nas chamadas Cosmologias de Branais [112] - [117]. O princípio geral por trás desses modelos é que nosso universo seria uma superfície ou uma membrana imersa numa dimensão extra na qual somente a gravidade propagar-se-ia. Um cenário interessante de branais é o modelo proposto por Dvali *et al.* [118], conhecido como o modelo DGP (veja a Ref. [119] para uma revisão recente sobre a fenomenologia do modelo DGP). Este modelo descreve a interação de branais em cinco dimensões com uma dimensão extra de volume infinito e não compacta, cuja dinâmica é dada pela ação abaixo:

$$S = \frac{M_5^2}{2} \int d^5y \sqrt{|g_{(5)}|} R_{(5)} + m_{pl}^2 2 \int d^4x \sqrt{|g|} R, \quad (2.24)$$

onde  $M_{(5)}$  denota a massa de Planck reduzida pentadimensional. A presença de uma dimensão espacial extra produz a seguinte modificação na equação de

Friedmann [106]:

$$\left[ \sqrt{\frac{\rho}{3M_{pl}^2} + \frac{1}{4r_c^2} + \frac{1}{2r_c}} \right]^2 = H^2 + \frac{k}{a(t)^2}, \quad (2.25)$$

ou, equivalentemente,

$$\mathcal{H}^2 = \Omega_k a^{-2} + \left[ \sqrt{\Omega_{rc}} + \sqrt{\Omega_{rc} + \Omega_m a^{-3}} \right]^2, \quad (2.26)$$

onde  $r_c = M_{pl}^2/2M_5^3$  representa a distância entre os regimes de gravidade quadrimensional e pentadimensional. Para escalas menores que  $r_c$ , a força gravitacional experimentada por duas fontes pontuais seria a lei usual  $1/r^2$ , enquanto que para escalas maiores que  $r_c$  haveria um “vazamento gravitacional” para a quinta dimensão, resultando numa modificação da lei da gravidade<sup>4</sup> para  $1/r^3$ . O parâmetro de densidade associado à distância  $r_c$  é dado por

$$\Omega_{rc} = \frac{1}{4r_c^2 H_0^2}. \quad (2.27)$$

Naturalmente, essa mudança drástica na equação de Friedmann deve resultar em novas implicações cosmológicas. Como mostrado nas Refs. [120, 121], essa classe de modelos “passa” em todos os testes observacionais até agora analisados. Eles são, portanto, capazes de fornecer uma explicação alternativa para o fenômeno da aceleração do universo sem a necessidade de uma constante cosmológica ou de uma quintessência [121]. Um ponto importante a ser analisado seria como uma mudança tão radical na gravitação poderia afetar a física do desacoplamento e, por conseguinte, o espectro de potência da RCF.

---

<sup>4</sup>De acordo com a lei de Gauss, a força gravitacional decai como  $1/r^{S-1}$ , onde  $S$  é o número de dimensões espaciais.

## 2.2.2 Expansão Cardassiana

O Modelo Cardassiano<sup>5</sup> (MC) também é baseado na física das dimensões extras e foi proposto por Freese & Lewis em 2002 [122]. Este modelo é inspirado na idéia de que só a matéria ou radiação (nenhuma contribuição de energia escura) é suficiente para induzir um processo de expansão acelerada tardia do Universo e descrever, ao mesmo tempo, sua planitude. Nesse cenário, a dinâmica é governada pelas equações de Friedmann [Eqs. (1.16) e (1.17)] com o acréscimo de um termo não linear ( $B\rho_m^n$ ), que surge como uma consequência da imersão de nosso Universo em dimensões espaciais extras

$$H^2 = Ag(\rho_m) = A\rho_m + B\rho_m^n = A \left[ \rho_m + \frac{B}{A}\rho_m^n \right] - \frac{k}{a^2}, \quad (2.28)$$

onde  $g(\rho_m)$  é uma função arbitrária da densidade de matéria.  $A$  e  $B$  são funções de  $g(\rho_m)$  e  $n$  é o parâmetro livre deste modelo a ser determinado a partir das observações. O primeiro termo desta equação exerce um domínio nos primórdios do universo. A partir de  $z_{card}$ , ambas contribuições são iguais, verificando-se que  $B/A = \rho_{Card}^{1-n}$  onde  $\rho_{card} = \rho_m(1 + z_{card})^3$ , que é denominada densidade Cardassiana.

Em linhas gerais, a função  $g(\rho_m)$  é uma nova função da densidade de energia que contém somente matéria (tanto bariônica quanto escura) e se comporta como o termo usual nas primeiras épocas do universo. Na época atual, no entanto, ele é capaz de induzir uma expansão acelerada a partir de  $z_{card}$ . Equivalentemente, a partir de  $z_{card}$ , o valor da densidade de energia é menor do que  $\rho_{card}$  e, portanto, o segundo termo da Eq. 2.14 começa a exercer um domínio sobre o primeiro, determinando o início da era Cardassiana. Neste caso, temos que

$$a(t) = t^{2/3n}. \quad (2.29)$$

---

<sup>5</sup>O nome Cardassiano refere-se a uma raça parecida com a humana e feita de matéria (*Star Trek*), cujo objetivo é dominar o Universo [122].

Note que a expansão é acelerada para  $n < 2/3$ . No caso em que  $n = 1/3$ , o fator de escala resulta em  $a(t) \sim t^2$ ; para  $n = 1/6$  temos  $a(t) \sim t^4$ . E ainda no caso em que  $n = 2/3$ , encontramos  $a(t) \sim t$ , o que produz um termo na equação de Friedmann semelhante a um termo de curvatura<sup>6</sup>,  $H^2 \propto a^{-2}(t)$ .

Nesses cenários, é necessário uma redefinição do valor da densidade crítica total [122]. A densidade de energia total do Universo, utilizando as equações (1.23) e (2.28), é dada por:

$$\rho_{total} = \rho_{c,old} \left\{ \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_x f_x(z) \right\}. \quad (2.30)$$

Aqui,  $\rho_{total}(z) = \rho_m(z) + \rho_x(z)$ ,  $\rho_{c,old}$  é a densidade crítica no tempo atual e o sub-índice “ $x$ ” refere-se à componente que equivale à energia escura em modelos de quintessência. Neste caso, esse termo adicional é constituído apenas de matéria.

Para o MC, os termos da Eq. (2.30) provêm da matéria. Portanto,  $\Omega_{total} = \Omega_m + \Omega_x = 1$ . Assim, obtemos diretamente da Eq. (2.28) que o parâmetro de densidade da matéria no tempo presente é:

$$\Omega_m = \frac{\rho_{m,0}}{\rho_{c,old}} = \frac{1}{[1 + (1 + z_{card})^{3(1-n)}]}. \quad (2.31)$$

E, inversamente, podemos expressar  $z_{card}$  e  $\rho_{card}$  em termos de  $\Omega_m$ , isto é,

$$z_{card} = [\Omega_m^{-1} - 1]^{1/3(1-n)} - 1, \quad (2.32)$$

e

$$\rho_{card} = \rho_{c,old} [\Omega_m^{-1} - 1]^{1/(1-n)}. \quad (2.33)$$

Note que, para algumas combinações de  $z_{card}$ ,  $n$  e  $q$ , a densidade crítica pode ser muito menor do que previamente estimada. Em outras palavras, isto significa que no contexto dos modelos cardassianos é possível tornar as estimativas

---

<sup>6</sup>Note ainda que para  $n = 1/3, > 1/3$  e  $< 1/3$ , a aceleração do Universo é, respectivamente, constante, crescente ou decrescente.

Tabela 2.2: Valores de  $z_{card}$ ,  $n$  e do parâmetro de idade para  $\rho = 0.3\rho_{c,old}$ .

n	$z_{card}$	$H_0 t_0$
0.60	1.00	0.73
0.50	0.76	0.78
0.40	0.60	0.83
0.30	0.50	0.87
0.20	0.42	0.92
0.10	0.37	0.95
0.00	0.33	0.99

dinâmicas da quantidade de matéria ( $\rho_0 \sim (0.2-0.4)\rho_{c,old}$  [123]), compatíveis com as evidências observacionais para um Universo plano a partir das observações de RCF sem a necessidade da energia escura [122]. Finalmente, a partir da Eq. (2.30), a densidade adimensional de energia escura  $f_x(z)$  pode ser escrita como

$$f_x(z) = \frac{\rho_x(z)}{\rho_x(0)} = (1+z)^{3n}. \quad (2.34)$$

Assim, se a densidade de energia escura corresponde à constante cosmológica, encontra-se  $f_x(z) = 1$ .

O valor para a idade do Universo neste cenário é compatível com as estimativas atuais [123] devido à presença do segundo termo. Na Tabela (2.2) é mostrado a idade do Universo para vários valores de  $n$  (assumindo  $\rho = 0.3\rho_{c,old}$ ). Quando temos  $t_0 > 10Ganos$ , como um limite inferior nas idades dos aglomerados globulares, isto requer  $t_0 H_0 > 0.66$  para  $h = 0.65$ . Se  $t_0 > 11Gyr$ , então  $t_0 H_0 > 0.73$  para  $h = 0.65$ . Note que todos os valores da Tabela (2.2) satisfazem este limite [122].

Para finalizarmos esta seção, apresentaremos a generalização do MC, o chamado

Modelo Cardassiano Politrópico Modificado<sup>7</sup> (MCPM) proposto por Wang *et al.*, [124]. Neste caso, a Equação de Friedmann é dada por

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho_m}{3} \left[ 1 + \left( \frac{\rho_{Card}}{\rho_m} \right)^{q(1-n)} \right]^{1/q}. \quad (2.35)$$

Note que  $n$  continua sendo  $< 2/3$  e existe mais um parâmetro livre  $q$  que deve ser sempre positivo. No caso em que  $q = 1$ , recuperamos o MC original.

Para o MCPM, a densidade de energia escura adimensional é dada por

$$f_x(z) = \frac{\rho_x(z)}{\rho_x(0)} = \frac{\Omega_m(1+z)^n}{1-\Omega_m} \left\{ \left[ 1 + \frac{(\Omega_m)^{(-q)} - 1}{(1+z)^{3(1-n)q}} \right]^{1/q} - 1 \right\}, \quad (2.36)$$

onde

$$\Omega_m = \frac{\rho_{m,0}}{\rho_{c,old}} = \frac{1}{[1 + (1 + z_{card})^{3q(1-n)}]^{1/q}}, \quad (2.37)$$

$$z_{card} = \left[ \left( \frac{1}{\Omega_m} \right)^q - 1 \right]^{1/3q(1-n)} - 1, \quad (2.38)$$

e

$$\rho_{card} = \rho_{c,old} \Omega_m \left[ \left( \frac{1}{\Omega_m} \right)^q - 1 \right]^{1/q(1-n)}. \quad (2.39)$$

Para uma discussão mais detalhada sobre os aspectos observacionais desses cenários, veja as Refs. [122]-[126].

## 2.3 Sumário

Neste Capítulo, estudamos como a expansão acelerada do universo pode ser explicada a partir de alguns dos principais modelos cosmológicos alternativos. No Capítulo seguinte, revisaremos algumas técnicas estatísticas que serão posteriormente aplicadas a estes modelos com o intuito de obter vínculos observacionais sobre seus parâmetros livres.

---

<sup>7</sup>O nome Politrópico Modificado surge do tratamento deste modelo como um fluido, cuja relação entre a densidade e pressão é aproximadamente politrópica [126].

## PARTE II

### Métodos Estatísticos e Testes Cosmológicos

# Capítulo 3

## Métodos Estatísticos

Na Cosmologia observacional, as medidas estão sujeitas a erros sistemáticos e estatísticos. Ao primeiro desses, associamos à ideia e ao conceito de acurácia que estão relacionados a equipamentos incorretamente ajustados e/ou calibrados, ao uso de um procedimento errado pelo observador ou a uma falha conceitual. Ao segundo, associamos à precisão que, na maioria das vezes, são causados por variações incontroláveis e aleatórias dos instrumentos de medidas, e de condições externas. Uma vez eliminados (ou reduzidos ao mínimo) os erros sistemáticos, restam os estatísticos. Quando esses erros têm origem em várias causas distintas, todas elas provocando variações de intensidades equivalentes e pequenas, eles obedecem à leis matemáticas bem definidas. É esta propriedade que nos permite tirar conclusões a partir de medidas observadas sujeitas a erros [127]. Portanto, dado um conjunto de observações não exatas e utilizando algumas ferramentas estatísticas, tais como teste de hipótese, estimativas de parâmetros, seleção de modelos, etc., podemos obter informações de uma teoria subjacente, ou seja, estimar, por exemplo, os seus parâmetros livres e os erros desses associados a estes parâmetros.



### 3.1 Universo Frequentista x Bayesiano

Em estatística, o mundo está dividido entre Frequentistas (ou Clássicos) e Bayesianos. As diferenças entre a estatística Clássica e a Bayesiana já começam na definição de probabilidade e evidentemente no uso da mesma.

- No formalismo Frequentista, a probabilidade  $P(A)$  é a frequência relativa com que o evento  $A$  ocorre em uma repetição infinita de experimentos idênticos, isto é

$$P(A) = \frac{n}{N}, \quad (3.1)$$

onde, “ $A$ ” é uma variável aleatória e  $n$  é o número de sucessos dentre  $N$  tentativas.

- No formalismo Bayesiano, a probabilidade  $P(A|B)$  é um número real que mede a plausibilidade da proposição/hipótese  $A$ , dado (condicionado a) que seja verdadeira a informação representada pela proposição  $B$ . Aqui “ $A$ ” é uma proposição lógica qualquer.

A interpretação da probabilidade como uma frequência relativa de infinitos experimentos esbarra em problemas conceituais sérios. Entretanto, o problema maior da estatística clássica é a não separação entre fatos e valores. Esse comportamento não ocorre na estatística Bayesiana, onde fatos (dados) e valores (subjetivos) são bem delimitados e as probabilidades são interpretadas como o grau de confiança em uma hipótese.

Podemos esclarecer melhor essas interpretações quando fazemos uso das diferenças que existem no pensamento dedutivo e indutivo. Na lógica dedutiva, dada uma causa, é possível prever suas consequências. Esse é o tipo de lógica que se aplica na matemática para se construir resultados complexos a partir de um conjunto limitado de axiomas. Por outro lado, o pensamento indutivo observa as consequências e tenta prever as causas mais prováveis.

A estatística Bayesiana é uma poderosa ferramenta com a qual podemos analisar modelos teóricos tomando diferentes *priors*, marginalizar sobre seus

parâmetros e obter a função densidade de probabilidade<sup>1</sup> de hipóteses. Todas essas informações são combinadas pelo teorema de Bayes, que será demonstrado a seguir.

## 3.2 Teorema de Bayes

No contexto Bayesiano a estatística pode ser interpretada como um sistema de lógica difusa, onde se aplicam duas das três leis da lógica Aristotélica, sendo estas dadas por

1.  $A = A$ ;
2.  $A \neq \bar{A}$ ;
3. Terceiro Excluído.

A primeira é a lei da Identidade: Uma proposição é idêntica a si mesma. A segunda é a lei da não-contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa, simultaneamente. A última lei da lógica Aristotélica é a do terceiro excluído: Uma proposição só pode ser verdadeira se não for falsa e só pode ser falsa se não for verdadeira, porque o terceiro valor é excluído. Porém, na lógica difusa, apenas as duas primeiras leis são usadas, fazendo com que uma proposição

---

<sup>1</sup>Uma função densidade (ou alternativamente distribuição) de probabilidade é a função que governa a probabilidade de obtermos determinados valores na observação de uma grandeza. Esta distribuição é uma função contínua e seu significado mensurável é dado por:

$$P(X_1, X_2) = \int_{X_1}^{X_2} F(X)dx, \quad (3.2)$$

onde  $F(X)$  é a função densidade de probabilidade e  $P(X_1, X_2)$  é a probabilidade de que um dado qualquer obtido durante a medida pertença ao intervalo  $[X_1, X_2]$ .  $X$  representa a grandeza que está sendo observada. Em ambas as abordagens, Frequentista ou Bayesiana, as seguintes regras se aplicam.

$$F(X) \geq 0, \quad (3.3)$$

$$\int_{X_1}^{X_2} F(X)dx = 1. \quad (3.4)$$

No caso discreto, a integral é substituída por um somatório.

possa ter um número infinito de “graus de verdade”. Por exemplo, um número real entre 0 e 1. Esse tipo de lógica estendida foi formalizada por Lukasiewicz [128] no início do Século XX. As operações lógicas básicas para dois eventos  $A$  e  $B$  são dadas por:

- Conjunção :  $A + B$  - é a lógica da soma (ou)
- Disjunção :  $A, B$  - é o produto lógico (e)
- Negação :  $\bar{A}$  é negar proposição  $A$  (não)
- Dualidade de De Morgan :  $\overline{A + B} = \bar{A}, \bar{B}$ .

Como foi comentado, a manipulação de probabilidades no contexto Bayesiano está sujeita às regras da lógica e se  $P(A|B)$  mede a verdade da hipótese  $A$ , caso  $B$  seja verdadeiro, ou seja,  $A$  está condicionado que  $B$  ocorra. Então, como consequência direta da segunda lei da lógica, temos a seguinte soma de probabilidades:

$$P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1, \quad (3.5)$$

a soma deve ser lida como a probabilidade da hipótese  $A$  ser verdadeira, somada a probabilidade da hipótese  $A$  ser falsa ( $\bar{A}$ ) é igual a 100%.

Outra regra importante e menos evidente é a regra do produto. Entenda como produto certa proposição que compreenda duas outras proposições que devem ocorrer simultaneamente, ou seja,  $A$  e  $B$  são hipóteses independentes, e para construção da teoria Bayesiana utilizando a lógica, escolhamos que o produto lógico seja equivalente ao produto estatístico clássico.

$$P(A, B|C) = P(A|C)P(B|A, C) = P(B|C)P(A|B, C). \quad (3.6)$$

A leitura da regra acima se dá seguinte forma: A probabilidade de  $A$  e  $B$  serem verdade simultaneamente, caso  $C$  seja verdade, é a probabilidade de que  $A$  (ou  $B$ ) seja verdadeira, condicionado à ocorrência de  $C$ , multiplicado pela probabilidade de que  $B$  (ou  $A$ ) seja verdadeira, condicionado à ocorrência de  $A$  (ou  $B$ ) e  $C$

simultaneamente. A partir da expressão anterior é fácil encontrarmos o famoso teorema de Bayese a sua forma usual é dada por

$$P(H_i|D, I) = \frac{P(H_i|I)P(D|H_i, I)}{P(D|I)}, \quad (3.7)$$

onde  $H_i$  refere-se às proposições afirmando a veracidade dos modelos (hipóteses);  $D$  proposições aos dados observados;  $I$  proposições representando a informação *a priori*;  $P(H_i|I)$  é a probabilidade *a priori* das hipóteses; o termo  $P(D|H_i, I)$  é conhecido como *likelihood* (verossimilhança) e nos dá a probabilidade dos dados que temos, admitindo que a hipótese  $H_i$  é verdadeira. Também iremos representá-la por  $L(H_i)$ ; o termo  $P(D|I)$  é chamado de constante de normalização e finalmente temos  $P(H_i|D, I)$  que será a probabilidade *posteriori* (a referente ao modelo), tendo ocorrido os dados  $D$  com a informação de uma proposição *a priori*.

### 3.3 Verossimilhança

Como comentado antes, a verossimilhança é a probabilidade das observações que temos, se  $H_i$  e  $I$  são verdadeiros. Por se tratar de uma probabilidade, necessariamente é real e positiva. A *Likelihood* tenta quantificar os desvios entre os valores observados e os valores preditos teoricamente, ou seja, é uma espécie de estimador e esta quantificação pode ser feita por qualquer função matemática utilizada para quantificar desvios.

Supondo que todas as observações são independentes, vemos que uma boa função matemática que descreve esses desvios é a função Gaussiana. Para tal, vamos considerar uma determinada medida (observação)  $D_i$  com os erros sistemáticos associados à  $i$ -ésima observação dadas por  $\sigma_i$ . Definindo o estimador  $f(H_j|M, I)$  e dado a veracidade das proposições *a priori* e do modelo teórico  $M$ , podemos medir a verdade da observação  $D$ , ou seja, construir a verossimilhança

$L(H_i)$

$$L(H_i) = P(D_i|H_j, M, I) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(f(H_j|M, I) - D_i)^2}{\sigma_{01}^2} \right\}. \quad (3.8)$$

No caso em que tenhamos um conjunto de dados  $D$ , composto de diversos  $D_i$ s independentes, a probabilidade do conjunto deve respeitar a regra do produto

$$L(H_i) = P(D_i|H_j, M, I) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(f(H_j|M, I) - D_i)^2}{\sigma_{0i}^2} \right\}. \quad (3.9)$$

É usual chamarmos todo o argumento da exponencial da Eq. (3.9) de  $\chi^2$ . Assim, resultamos com<sup>2</sup>

$$L(H_i) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \chi^2 \right\}. \quad (3.11)$$

Note que essa é uma probabilidade não normalizada. O processo de normalização pode ser longo e desnecessário, já que não influencia no resultado final.

### 3.4 A Propabilidade *a priori* - $P(H_i|I)$

A escolha do *a priori*, que deve ser normalizada<sup>3</sup>, parece ser uma tarefa simples, desde que conheçamos algumas informações relevantes do nosso modelo antes de verificarmos os dados, tais como os limites hipotéticos.

---

<sup>2</sup>Este método foi introduzido por Gauss em 1908 e consiste em obter os valores dos parâmetros livres de um determinado modelo que minimizam a soma do quadrado da diferença entre os valores observados  $D$  e os estimados  $M$ , dado por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(M - D)}{\sigma_{obs}} \right]^2, \quad (3.10)$$

onde  $\sigma_{obs}$  refere-se aos erros (estatístico ou sistemáticos) das observações.

<sup>3</sup>Essa regra é advinda da regra da soma básica - Eq. (3.5).

### 3.4.1 *A priori* Uniforme

O formato do *a priori* mais simples é o caso onde nada sabemos sobre nosso modelo. Nessa situação, Laplace postulou (e, posteriormente, o princípio da maximização da entropia veio a comprovar [129]) que na ausência completa de informação todas as possibilidades são equiprováveis. A isso chamamos de princípio da razão insuficiente. Como a primeira regra diz que o *a priori* tem obrigação de ser normalizado, e, para tanto deve estar num intervalo finito ( $H_{iMax} > H_i > H_{iMin}$ ), temos então que

$$P(H_i|I) = \frac{1}{\Delta H_i}, \quad (3.12)$$

onde  $\Delta H = H_{iMax} - H_{iMin}$ . Essa distribuição não influencia no formato da probabilidade *a posteriori*, apenas em seu valor. Todavia, ela é importantíssima na comparação de modelos.

### 3.4.2 *A priori* Gaussiano

O *a priori* Gaussiano é aplicado na investigação de fenômenos científicos em que suspeitamos de um valor mais provável dotado de uma dispersão proveniente de erros sistemáticos de medição. Novamente, dadas as regras dos *a prioris*, esperamos que o *a priori* no formato Gaussiano seja:

$$P(H_i|I) = k_{H_i} \exp \left\{ \frac{1}{2} \frac{(H_i - H_p)^2}{\sigma_{H_i}^2} \right\}, \quad (3.13)$$

onde  $H_p$  é o valor de maior verdade,  $\sigma_{H_i}$  sua respectiva dispersão e  $k_{H_i}$  é a constante de normalização no intervalo ( $H_{iMax} > H_i > H_{iMin}$ ):

$$k_{H_i} = \left( \int_{H_{iMin}}^{H_{iMax}} \exp \left\{ \frac{1}{2} \frac{(H_i - H_p)^2}{\sigma_{H_i}^2} \right\} \right)^{-1}. \quad (3.14)$$

Existem outras formas de *a prioris* na literatura. No entanto, nesta tese todos os resultados estatísticos utilizando a abordagem Bayesiana foram através dos *a*

*priori* Gaussianos.

## 3.5 Marginalização

A marginalização é uma ferramenta bayesiana e, por definição, é também um procedimento pelo qual podemos eliminar um parâmetro, a fim de estudarmos outros parâmetros de forma independente. Vamos supor que  $A$  e  $w$  sejam proposições acerca de dois parâmetros distintos. A sua probabilidade *posteriori* será  $P(w, A|D, I)$ . Se quisermos eliminar  $A$ , devemos quantificar todas as possibilidades acerca de  $A$ . No espaço contínuo, podemos escrevê-la em termos da função densidade de probabilidade.

$$P(w|D, I) = \int P(w, A|D, I)dA, \quad (3.15)$$

onde  $P(w|D, I)$  é chamada de função densidade de probabilidade marginal *posteriori* de  $w$ . Este é um resultado fundamental dentro de nossa teoria, tendo em vista que muitos dos problemas são solucionados mediante marginalização.

Um exemplo de expressão analítica, resultado de uma marginalização sobre um determinado parâmetro, será apresentado no apêndice A. Também mostraremos uma análise para o caso de  $n$  parâmetros marginalizados.

## 3.6 Melhores Ajustes dos Parâmetros

Há, pelo menos, duas maneiras de estimar nossos parâmetros:

- Maximizar a *posteriori*: Buscando valores para cada uma das hipótese  $H_i$ , tal que a densidade de probabilidade *a posteriori* seja máxima. Dessa maneira, teremos o modelo que melhor se ajusta aos dados.
- Minimizar o  $\chi^2$ : Apenas minimizando o argumento da exponencial da probabilidade *a posteriori*, sob a condição de que todos os *a prioris* sejam

Gaussianos ou planos. Nesse teste, o modelo que possuir o  $\chi_{min}^2$  mais próximo de zero é declarado o melhor modelo<sup>4</sup>.

### 3.7 Regiões de Contorno

Na seção anterior, vimos que os parâmetros que minimizam o  $\chi^2$  ou maximizam *a posteriori* são aqueles que mais se aproximam da realidade, de acordo com os dados coletados. Mas os valores de melhor ajuste não nos dão toda a informação. É necessário obter barras de erros dos parâmetros associados a certos níveis de confiança. Uma escolha natural para obter os intervalos de confiança são os contornos de  $\chi^2$  constante [131]. Ou seja, conhecendo o valor do  $\chi^2$  mínimo, associamos os pontos, no espaço paramétrico, dentro de uma região  $\chi^2 < \chi_{min}^2 + \Delta\chi_0^2$ , a uma probabilidade de que o valor correto esteja nesta região. Por definição, este valor é obtido através da densidade de probabilidade acumulada. Se escrevermos  $\chi^2$  como  $\chi_{min}^2 + \Delta\chi^2$ , a equação (3.11) será escrita como

$$L(H_i) = C \exp \left[ -\Delta\chi^2/2 \right], \quad (3.16)$$

onde  $C$  é uma constante que será incorporada à normalização da distribuição. Queremos encontrar o valor  $\Delta\chi_0^2$  para que, dentro da região  $\Delta\chi^2 < \Delta\chi_0^2$ , tenhamos uma probabilidade associada  $P$  que podemos expressar como

$$P = \int_{\Delta\chi^2 < \Delta\chi_0^2} L(H_i|\mathbf{p}) d^M \mathbf{p}, \quad (3.17)$$

onde  $\mathbf{p}$  representa os parâmetros dos modelos e  $M$  é a quantidade de parâmetros a serem ajustados. Esta integração tem como resultado [130]

$$P = 1 - \gamma(M/2, \Delta\chi_0^2/2), \quad (3.18)$$

---

<sup>4</sup>Outra ferramenta interessante é trabalhar com o  $\chi_{min}^2$  reduzido ( $\chi_{red}^2$ ) definido como  $\chi_{min}^2$  dividido pelo o numero de grau de liberdade, ou seja, o número de observações subtraído do número de parâmetros livres do modelo estudado. Esta abordagem é a mesma do  $\chi_{min}^2$ .



Tabela 3.1: Valores de  $\Delta\chi^2$  para diferentes níveis de confiança e quantidades de parâmetros livres.

P	Números de parâmetros livres				
	1	2	3	4	5
68.3%	1.00	2.30	3.53	4.72	5.89
90%	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24
95.4%	4.00	6.17	8.02	9.70	11.3
99%	6.63	9.21	11.3	13.3	15.1
99.73%	9.00	11.8	14.2	16.3	18.2
99.99%	15.1	18.4	21.1	23.5	25.7

correspondendo à probabilidade dentro da região de confiança conjunta  $M$ -dimensional. A quantidade  $\gamma(M/2, \Delta\chi_0^2/2)$  é uma forma da função  $\Gamma$  incompleta, dada por

$$\gamma(\nu/2, x) \equiv \frac{1}{\Gamma(\nu/2)} \int_x^\infty \exp^{-t} t^{\frac{\nu}{2}-1} dt \quad (3.19)$$

onde  $\Gamma(z) \equiv \int_0^\infty \exp^{-t} t^{z-1} dt$ , é a definição da função  $\Gamma$  [131]. Com a equação (3.18), podemos construir uma tabela com as variações que devemos fazer no  $\chi^2$  para obter uma região relacionada com uma probabilidade  $P$ , a depender da quantidade de parâmetros livres. Esta construção está apresentada na Tabela (3.1), onde destacamos os níveis referidos comumente na literatura como  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$ , onde  $\sigma$  refere-se ao desvio padrão da distribuição normal.

Não necessariamente as distribuições trabalhadas serão normais, mas o vício de linguagem é mantido. Sabendo como encontrar as regiões de confiança no espaço  $M$ -dimensional, é necessário cautela ao interpretar os gráficos obtidos.

## 3.8 Critérios de Seleção de Modelos

Geralmente, os modelos que têm mais parâmetros livres, ou seja, os mais complexos ajustam melhor (menor  $\chi^2$  ou maior *Likelihood*) as observações. Supondo que  $n$  modelos ajustem os dados igualmente bem, a pergunta natural que surge é: como classificá-los levando em conta o número de graus de liberdade de cada um? Mais uma vez nos deparamos com um dilema e para resolvê-lo utilizaremos a opção da “navalha de Occam”, que será descrito abaixo.

### 3.8.1 Navalha de Occam

“Se dois ou mais modelos descrevem as observações igualmente bem, escolha o mais simples”. Esta definição da Navalha de Occam que tem uma estética tão boa quanto uma justificação empírica. Considere o exemplo que ilustra essa regra [132] apresentado na Figura (3.1). Note que ao observamos uma caixa preta com uma outra caixa branca por trás, podemos postular dois modelos:

1. Existe uma caixa por trás da caixa preta;
2. Existe duas caixas de altura e cor indêntica por trás da caixa preta.

Ambos os modelos explicam nossas observações igualmente bem. De acordo com a Navalha de Occam, nós aceitaríamos a explicação mais simples: Existe somente uma caixa branca por trás da caixa preta. Não é mais provável que exista somente uma caixa ao invés de duas do mesmo tamanho e cor?

Então, fica claro que não utilizamos este princípio diretamente porque as situações que dois modelos explicam, igualmente bem, são raras. Mas em teoria de informação, tais como teoria Bayesiana, existem métodos para comparação de modelos que incluem algumas regras.

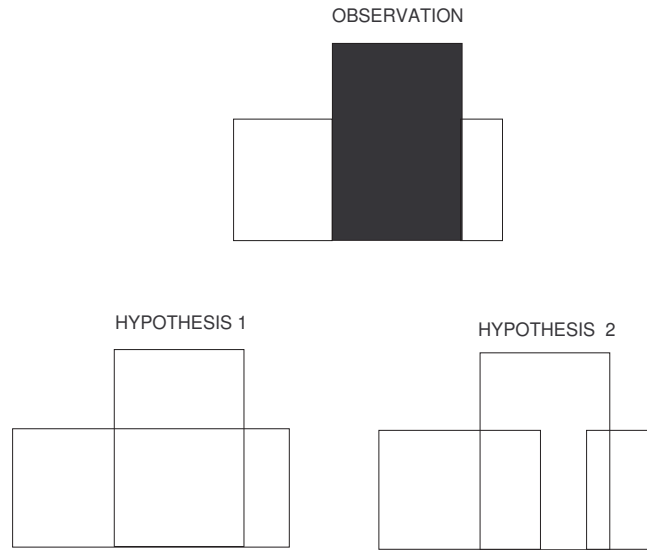


Figura 3-1: Ilustração para explicar a Navalha de Occam. Figura retirada de [133].

### 3.8.2 *AIC - Akaike's Information Criteria*

Ao selecionarmos modelos, é preciso ter em mente que em teoria da informação não há modelos verdadeiros. Existe somente a realidade que pode ser aproximada por modelos e o melhor modelo será aquele que melhor se aproxima desta realidade [133]. A informação perdida quando a verdade (o fenômeno real) é aproximada pelo modelo é medida pela chamada informação Kullback-Leibler (KL), de forma que o melhor ajuste é aquele que minimiza esta quantidade.

É impossível computar a informação KL porque ela depende da realidade, que é desconhecida. Akaike encontrou uma aproximação, conhecida como critério de informação Akaike (*AIC*), e dado por [33]

$$AIC = -2 \ln L + 2d, \quad (3.20)$$

onde o  $L$  é a *Likelihood* máxima e  $d$  é o número de parâmetros livres do modelo estudado. Note que  $-2 \ln L = \chi_{min}^2$ .

Nesta tese foi adicionada outra análise, visto que em alguns casos nos

deparamos com uma amostra muito pequena ( $N/d < 40$ ). Para estes casos, utilizamos a versão do  $AIC$  corrigida para uma amostra pequena, ou seja [138]-[134]

$$AIC_c = AIC + \frac{2d(d+1)}{N-d-1}. \quad (3.21)$$

### 3.8.3 $BIC$ - *Bayesian Information Criteria*

Um critério muito similar foi derivado em 1978 por Schwarz [34] no contexto Bayesiano. Este é conhecido como critério de informação Bayesiana ( $BIC$ ) e é escrito como

$$BIC = -2 \ln L + 2d \ln N, \quad (3.22)$$

onde  $N$  é o tamanho da amostra observada. O  $BIC$  não é um estimador da divergência de K-L. A sua derivação é a partir da Likelihood marginal dos dados (marginalizada sobre os parâmetros).

O  $AIC$  e  $BIC$  fornecem um caminho interessante para obter a classificação das viabilidades observacionais dos diferentes modelos. Assim, uma quantidade importante nestas análises são as diferenças entre o  $\Delta AIC = AIC_i - AIC_{min}$  e  $\Delta BIC = BIC_i - BIC_{min}$  calculadas sobre outros cenários  $i = 1, \dots, N$ , com melhor modelo sendo o que minimiza os fatores  $AIC$  e  $BIC$ .

Apesar de existirem outras definições para essas diferenças, nesta tese seguimos a metodologia adotada na Ref. [134] que são interpretadas da seguinte maneira:

- $\Delta BIC \leq 2$  é considerada uma evidência positiva contra o modelo de maior  $BIC$ ;
- $\Delta BIC \geq 6$  é considerada uma evidência muito forte contra o modelo.

Também adotamos a mesma regra para o  $AIC$ . Para uma revisão mais detalhada sobre esses critérios veja [134, 139].

Nestes critérios de seleção de modelos, existem vantagens e desvantagens em suas aplicações, por exemplo:

- Grandes amostras:  $AIC$  favorece aos modelos com mais parâmetros, enquanto  $BIC$  os penaliza;
- Ambos são válidos para modelos simples e complexos e compara modelos com diferentes distribuições de erros;
- $AIC$  e  $BIC$  não podem ser aplicados para comparar modelos com diferentes conjuntos de dados.

É importante mencionar que esses critérios não são “testes”. Assim, devemos evitar o uso de “significante” e “não significativo” ou “rejeitado” e “não rejeitado” em nossos resultados.

### 3.9 Sumário

Neste Capítulo, foram apresentadas técnicas Bayesianas para ajuste de parâmetros independentes e seleção de modelos dentro de uma determinada análise. Antes de partirmos para uma aplicação dessas técnicas aos modelos alternativos apresentados no Capítulo 2, discutiremos alguns dos testes cosmológicos mais utilizados na literatura.

# Capítulo 4

## Testes Cosmológicos

Nos últimos anos, um avanço considerável na astronomia observacional tem contribuído para uma mudança quantitativa e qualitativa do nosso entendimento sobre o Universo. Esta mudança exige também técnicas estatísticas cada vez mais elaboradas como aquelas discutidas no Capítulo anterior. Neste Capítulo, discutiremos quatro dos principais testes cosmológicos utilizados em cosmologia observacional, nominalmente, supernovas Ia, oscilações acústicas de bárions, o parâmetro de deslocamento da radiação cósmica de fundo e testes envolvendo idades do Universo.

### 4.1 Testes com Supernovas do Tipo Ia (SNe Ia)

Observacionalmente, as SNe do tipo Ia são definidas como as supernovas que não apresentam linhas do hidrogênio em seu espectro mas que possuem uma acentuada linha de absorção do silício. Acredita-se que uma SNe Ia tenha origem em um sistema binário de estrelas em que uma anã branca extrai massa da companheira. Quando a massa da anã branca aproxima-se do chamado limite de Chandrasekhar (cerca de  $1.4 M_{\odot}$ ), uma explosão termonuclear tem início [140]. O

fato de todas as SNe Ia<sup>1</sup> possuírem massas muito semelhantes é um fator relevante para que esses objetos sejam considerados velas padronizáveis.

A utilização de SNe Ia como velas padronizáveis é que permitiu a descoberta da aceleração cósmica em 1998 (para maiores detalhes veja [14, 16]). Técnicas empíricas que relacionam a forma das curvas de luz da SNe Ia com o pico de seu brilho intrínseco permitem reduzir a dispersão no pico para 0.1-0.15 magnitudes. Isso implica numa precisão na determinação de distâncias de 5 a 7%, fazendo SNe Ia objetos excelentes para investigarmos a história da expansão cósmica bem como determinarmos o valor do parâmetro de Hubble ( $H_0$ )[142].

As principais incertezas sistemáticas são devidas às causas desconhecidas da variações de luminosidade, extinção da galáxia hospedeira (há evidências de que a extinção média das supernovas é diferente da lei de extinção local na vizinhança do sistema solar [142]), correção-K, etc. A forma da curva de luz e a correção de cor permanecem um mistério. No entanto, recentemente têm sido feitos alguns esforços para se entender melhor estas características [143]. Vários métodos têm sido propostos para caracterizá-las e, a grosso modo, estes são equivalentes [144, 147].

O sistema de magnitudes, que teve origem na Grécia antiga, é utilizado pelos astrônomos para expressar fluxos e luminosidades. Matematicamente, a definição atual da magnitude aparente de uma fonte de luz em termos do fluxo da fonte é

$$m = -2.5 \log_{10}\left(\frac{f}{f_x}\right), \quad (4.1)$$

onde  $f_x = 2.53 \times 10^8 \text{ watt.m}^{-2}$  é o fluxo de referência. Esse valor se dá devido ao fato de que as estrelas visíveis a olho nú têm magnitudes aparentes tipicamente entre 0 e 6, como definido pelo astrônomo grego Hiparcus no século II antes de

---

<sup>1</sup>Adicionalmente às supernovas do tipo Ia, existem as do tipo Ib que têm linhas de He I e as Ic, que não têm nem Si nem He I nos seus espectros. Supernovas do tipo I aparecem geralmente em galáxias elípticas e possivelmente têm como progenitores estrelas de população II, ao passo que as supernovas tipo II (apresentam linhas do hidrogênio em seu espectro) são encontradas em galáxias espirais e suas progenitoras possivelmente são estrelas de população I. Para uma revisão detalhada veja a Ref. [141].

Cristo. O sinal negativo na equação acima implica que um pequeno valor de  $m$  corresponde a um grande fluxo  $f$ . Por exemplo, o Sol tem um fluxo de  $f_{\odot} = 1367 \text{ watt.m}^{-2}$ , correspondendo à uma magnitude aparente de  $m_{\odot} = -26.8$ .

Já a magnitude absoluta de uma fonte de luz é definida como a magnitude aparente que a fonte deveria ter se ela estivesse a uma distância luminosidade  $d_L = 10 \text{ pc}$  do observador. Deste modo, uma fonte de luz com luminosidade  $L$  tem uma magnitude absoluta dada por

$$M = -2.5 \log_{10} \left( \frac{L}{L_x} \right), \quad (4.2)$$

onde  $L_x = 78.7L_{\odot}$  é a luminosidade de um objeto que produz um fluxo  $f_x = 2.53 \times 10^8 \text{ watt.m}^{-2}$  quando visto a uma distância de  $10 \text{ pc}$ . A magnitude absoluta do sol é  $M = 4.78$ .

As observações de supernovas Ia proporcionam medidas da magnitude aparente,  $m(z)$ , no pico do brilho após incluir efeitos de correção como: extinção galáctica, correção-K e correções da largura-luminosidade das curvas de luz [148]. A magnitude aparente  $m(z)$  está relacionada a distância de luminosidade  $d_L$  através da expressão

$$m(z) = 5 \log_{10} D_L(z) - 5 \log_{10} h + M + 42.38, \quad (4.3)$$

ou

$$\mu = m(z) - M = 5 \log_{10} D_L(z) - 5 \log_{10} h + 42.38, \quad (4.4)$$

onde  $\mu$  é denominado módulo de distância,  $M$  é assumida constante (após terem sido levadas em conta as mencionadas correções) e  $D_L(z) = H_0 d_L(z)$ . Para o caso particular de modelos cosmológicos com curvatura nula, podemos expressar  $D_L$  como

$$D_L = (1+z)H_0 \int_0^z \frac{dz'}{\mathcal{H}(\mathbf{p})}, \quad (4.5)$$

onde  $\mathcal{H}$  foi definido no primeiro e segundo Capítulos (depende do modelo teórico



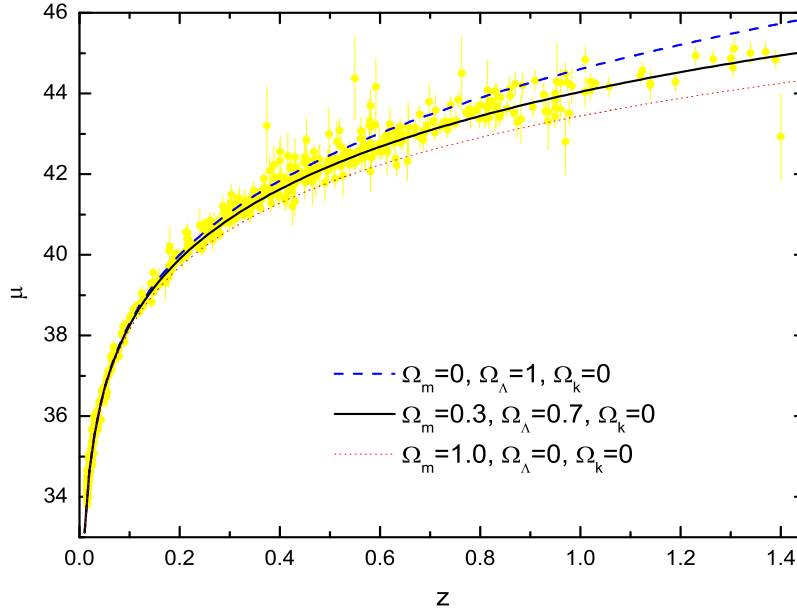


Figura 4-1: Módulo de distância versus *redshift* para SNe Ia da compilação *Union 2* do SCP. Figura retirada da Ref. [149].

considerado) e o vetor  $\mathbf{p}$  representa o conjunto completo de parâmetros.

Recentemente, diversos grupos [14]-[16] têm procurado por supernovas em galáxias distantes. A Figura (4.1) mostra um gráfico do módulo de distância versus o *redshift* para os dados mais recentes do SCP [149]. As observações são comparadas com três modelos de universo. A curva pontilhada vermelha corresponde ao modelo de Einstein-de Sitter, a linha cheia em preto corresponde ao modelo  $\Lambda$ CDM e a linha azul tracejada corresponde ao modelo de de Sitter. Note que o  $\Lambda$ CDM ajusta muito melhor os dados que os outros dois modelos. A conclusão de que o universo passa atualmente por uma fase de expansão acelerada decorre da observação de que as supernovas observadas em  $z \sim 0.5$  são, em média, cerca de 0.25 magnitudes mais apagadas do que deveriam ser em um universo desacelerado com  $\Omega_m = 0.3$  e sem constante cosmológica.

## 4.2 Radiação C3smica de Fundo (RCF)

A RCF 3 a sinal mais antigo do Universo a que temos acesso em condi33es observacionais pr33ticas e, como vimos na Se33ao (1.3), 3 uma das maiores evid33ncias observacionais da teoria do Big Bang. Dentre os observ33veis que podem ser definidos a partir dos dados da RCF, um dos mais importantes 3 o par33metro  $\mathcal{R}$  [150], definido em termos da raz33o entre a posi33ao do primeiro pico no espectro de perturba33es da temperatura da RCF no modelo que queremos caracterizar  $l_1^{TT}$  e num modelo de refer33ncia  $l_1'^{TT}$ , i.e.,

$$\mathcal{R} \equiv 2 \frac{l_1^{TT}}{l_1'^{TT}} = \sqrt{\frac{\Omega_{m,0}}{\Omega_{k,0}}} \sinh \left( \sqrt{\Omega_{k,0}} \int_0^{z_{dec}} \frac{H_0 dz}{H(z)} \right), \quad (4.6)$$

onde  $z_{dec} \approx 1100$ . A Eq. (4.6) 3 obtida usando o fato que a escala angular  $\theta_1^{TT} = \pi/l_1^{TT}$  do primeiro pico do espectro de perturba33es da temperatura da RCF est3 relacionada com a dist33ncia de di33metro angular  $d_A(z_{dec})$  da 3ltima superf33cie de espalhamento por

$$d_A(z_{dec}) = \frac{r_s(z_{dec})}{\theta_1} = \frac{l_1 r_s(z_{dec})}{\pi}, \quad (4.7)$$

onde

$$r_s(z_{dec}) = \frac{1}{1 + z_{dec}} \int_{z_{dec}}^{\infty} \frac{c_s(z) dz}{H(z)}, \quad (4.8)$$

3 a dist33ncia do horizonte sonoro na superf33cie de 3ltimo espalhamento de modo que

$$\mathcal{R} \equiv 2 \frac{l_1^{TT}}{l_1'^{TT}} = \frac{r_s' d_A}{r_s d_A'}. \quad (4.9)$$

Na eq. (4.8),  $c_s(z)$  3 a velocidade do som no fluido f33ton-b33rion, a qual pode ser feita constante para todos os fins pr33ticos. Tomando o modelo padr33o de mat33ria escura fria como modelo de refer33ncia e fazendo  $\Omega_{k,0} = 0$  por simplicidade, ou seja,

$$d_A(z_{dec}) = \frac{1}{1 + z_{dec}} \int_0^{z_{dec}} \frac{dz}{H(z)}, \quad (4.10)$$

temos que

$$r'_s(z_{dec}) = c_s H_0^{-1} (1 + z_{dec})^{-3/2} \quad (4.11)$$

e

$$d'_A(z_{dec}) = 2c H_0^{-1} (1 + z_{dec})^{-1} \quad (4.12)$$

Por sua vez, para um modelo arbitrário,  $r_s(z_{dec}) \approx c_s H_0^{-1} \Omega_{m,0}^{-1/2} (1 + z_{dec})^{-3/2}$ . Assim, substituindo os valores de  $r'_s(z_{dec})$ ,  $d'_A(z_{dec})$ ,  $r_s(z_{dec})$  e  $d_A(z_{dec})$  em (4.9) obtemos,

$$\mathcal{R} = \sqrt{\Omega_{m,0}} \int_0^{z_{dec}} \frac{H_0 dz}{H(z)}, \quad (4.13)$$

que é a expressão teórica para o parâmetro  $\mathcal{R}$  da RCF (usualmente chamado de *shift parameter*) para um universo espacialmente plano. Os dados mais recentes da RCF fornecem um valor de  $\mathcal{R} = 1.725 \pm 0.018$  [63]. Como veremos nos Capítulos seguintes, o parâmetro  $\mathcal{R}$  é extremamente útil para impor limites sobre os parâmetros cosmológicos. De fato, o ângulo  $\theta \approx 1^\circ$ , no qual o primeiro pico acústico da Fig. (1.3b) está localizado, depende da curvatura espacial do Universo sendo menor num universo aberto ( $\Omega_{k,0} > 0$ ) que num universo fechado ( $\Omega_{k,0} < 0$ ). A posição observado do pico é consistente com  $\Omega_{k,0} = 0$  ou, equivalentemente,  $\Omega_{total,0} = 1$ . Portanto,  $\mathcal{R}$  fornece informações úteis sobre a curvatura do Universo e seu conteúdo material.

O parâmetro  $\mathcal{R}$  também é muito importante na determinação de parâmetros cosmológicos por dois motivos:

1. o erro relativo em  $\mathcal{R}$  é muito pequeno e;
2. a integral sobre  $H(z)$  vai até  $z \approx 1100$ , de modo que pequenas modificações de  $H(z)$  podem causar grandes mudanças em  $\mathcal{R}$ .

### 4.3 Oscilações Acústicas Bariônica (BAO)

Conforme comentado anteriormente, o Universo primordial foi denso e quente. A medida em que o Universo se expande e atinge uma temperatura de  $\sim 0.3$  eV,

acontece o desacoplamento fóton-bárion. Com isso, não há mais a pressão de radiação sobre os bárions, e assim estes não mais se propagam como uma onda acústica, ou seja, a energia térmica da matéria bariônica torna-se muito menor que sua energia de repouso, os bárions tornam-se altamente não relativísticos e a sua velocidade do som torna-se nula. O horizonte acústico  $r_s \sim 150$  Mpc (distância percorrida por essa onda acústica até o desacoplamento) fica impresso na RCF como uma anisotropia primária, mas aparece também como um pequeno excesso de densidade na distribuição de bárions na escala deste horizonte acústico. Esta escala foi detectado pela primeira vez pelo Sloan Digital Sky Survey (SDSS) e TWO degree Field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS) [155].

A Figura (4.2) mostra como a escala característica é impressa nas distribuições de matéria escura e bariônica que nós observamos atualmente. Inicialmente, as perturbações de densidade se propagam através de fótons e bárions como um único pulso. Visto que a matéria escura interage apenas gravitacionalmente, sua perturbação torna-se defasada em relação ao plasma de fóton-bárion fortemente acoplado. Durante a recombinação, os fótons começam a separar-se dos bárions e, uma vez que o desacoplamento está completo, os fótons se propagam livremente deixando apenas uma perturbação na densidade de bárions em torno de 150 Mpc e uma perturbação na matéria escura próxima à origem. Nos dois gráficos da parte de baixo da Figura (4.2), vemos como a interação gravitacional entre matéria escura e bárions afeta o pico: a matéria escura puxa o pico na densidade próxima à origem, enquanto os bárions continuam a arrastar a densidade de matéria escura para o pico em 150 Mpc, deixando um pico no perfil das perturbações de densidade da matéria escura. Flutuações na densidade de bárions são as sementes de galáxias e aglomerados de galáxias, ou seja, das estruturas de grande escala.

A função de correlação<sup>2</sup> em grande escala, medida a partir de uma amostra espectroscópicas de 46.748 galáxias observadas pelo SDSS, contém uma escala

---

<sup>2</sup>Quando aplicamos uma transformada de Fourier à função de correlação, surgem ondulações no espectro de potências das flutuações da densidade bariônica. Por esta razão, a correlação é conhecida como oscilações acústicas de bárions.

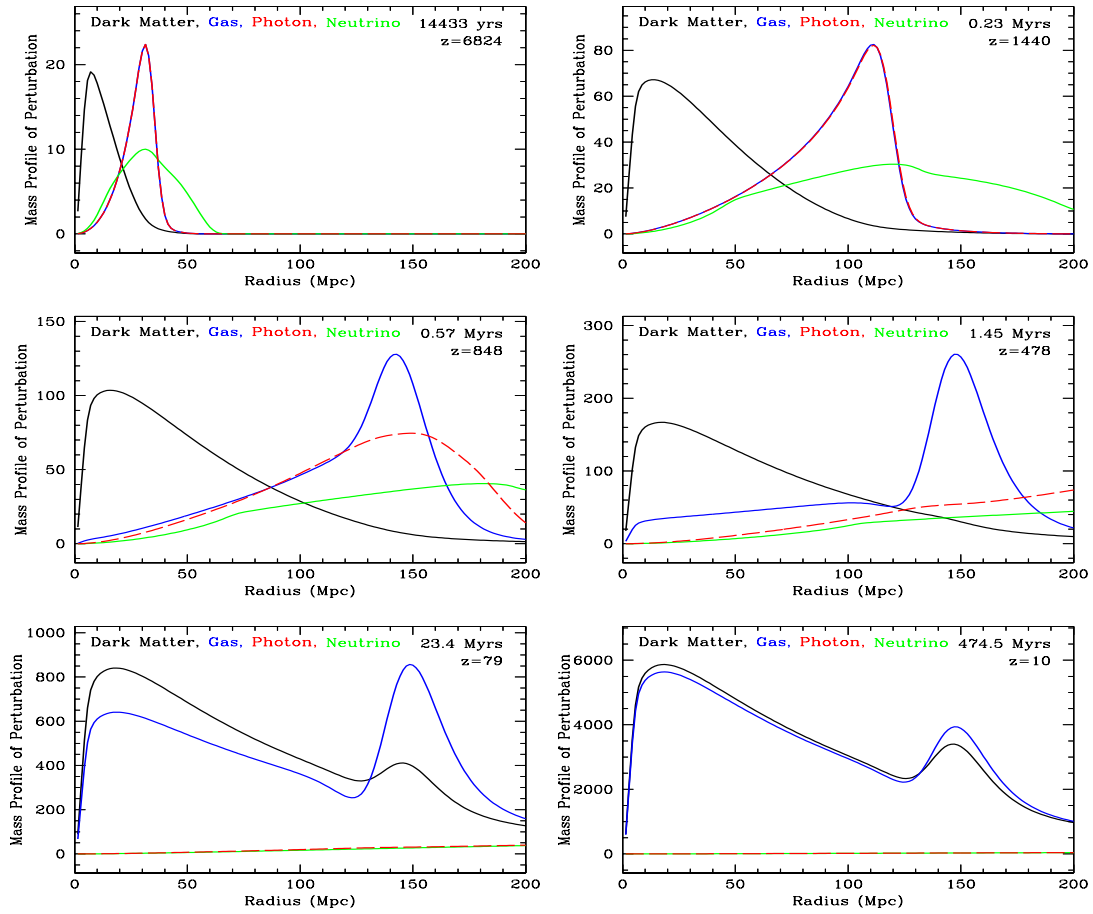


Figura 4-2: Perfil radial das perturbações de densidades como função do raio comóvel. As perturbações na matéria escura (curva preta), bárions (curva azul), fótons (curva vermelha) e neutrinos (curva verde) evoluem desde de tempos remotos ( $z=6824$ ) até muito após o desacoplamento ( $z=10$ ). Figura retirada de Eisenstein *et al.* [151]

comóvel preferida que é  $\sim r_s$ . Na Figura (4.3), é mostrado a sensibilidade do pico acústico bariônico na função de correlação com a densidade de matéria.

A correlação de um levantamento de galáxias é dada por

$$\xi(s) = \left\langle \frac{\delta\rho}{\rho}(\mathbf{x}_1) \frac{\delta\rho}{\rho}(\mathbf{x}_2) \right\rangle, \quad (4.14)$$

onde  $\rho$  é a densidade de matéria homogênea,  $\delta\rho$  é a flutuação na densidade de matéria e a média é feita sobre todos os pontos do céu.

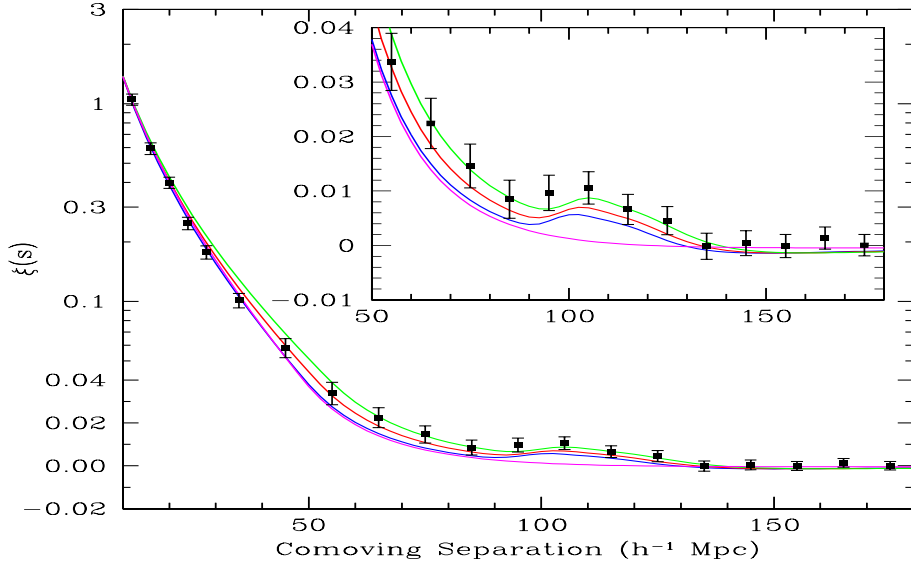


Figura 4-3: O pico acústico bariônico na função de correlação. Note que o pico é sensível a densidade de matéria (de cima para baixo  $\Omega_{m,0}h^2 = 0.12$  (verde), 0.13 (vermelha) and 0.14 (azul), todos com  $\Omega_{b,0}h^2 = 0.024$ ). A linha inferior (rosa) sem um pico é a função de correlação para o modelo padrão de matéria escura fria com  $\Omega_{b,0} = 0$ . Figura tirada de Eisenstein *et al.*, 2005 [152].

Visto que levantamentos de galáxias são tri-dimensionais, as correlações podem ser vistas tanto na direção radial  $r_{\parallel}$  (linha de visada) quanto na direção perpendicular à linha de visada  $r_{\perp}$  das galáxias, as quais são afetadas pela expansão do universo da seguinte forma [Fig. (4.4)]

$$r_{\parallel}(z) = \frac{c}{H(z)}\Delta z, \quad (4.15)$$

$$r_{\perp}(z) = d_A(z)\Delta\theta. \quad (4.16)$$

As correlações tridimensionais impõem vínculos sobre a seguinte combinação destas quantidades

$$D_V = \left(\frac{r_{\perp}}{\Delta\theta}\right)^2 r_{\parallel} = \frac{c\Delta z}{H(z)} d_A^2(z) \quad (4.17)$$

de modo que  $D_V(z)$  pode ser utilizado para impor restrições a parâmetros

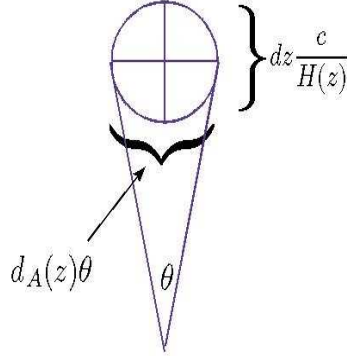


Figura 4-4: Ilustração das medidas observadas para BAO. O eixo horizontal é dado pela Eq. (4.15) e o eixo vertical pela Eq. (4.16).

cosmológicos. Em 2005, Eisenstein *et al.* [152] obteve o valor  $D_V(0.35) = 1370 \pm 64$  Mpc, para  $\Omega_{0m}h^2 = 0.130 \pm 0.010$ . Uma versão adimensional e independente de  $H_0$  e  $D_V$  é

$$\mathcal{A} = \frac{\sqrt{\Omega_{m,0}}}{\mathcal{H}(z_{BAO})^{1/3}} \left[ \frac{1}{z_{BAO} \sqrt{|\Omega_k|}} \mathcal{F} \left( \int_0^{z_{BAO}} \sqrt{|\Omega_k|} \frac{dz}{\mathcal{H}(z)} \right) \right]^{2/3}, \quad (4.18)$$

onde  $z_{BAO} = 0.35$  e a função  $\mathcal{F}$  é definida como  $\mathcal{F}(x) = \sinh(x), x$ , e  $\sin(x)$ , respectivamente, para geometria aberta, plana e fechada. O parâmetro  $\mathcal{A}$  tem valor observado de  $\mathcal{A} = 0.469 \pm 0.017$  e tem sido utilizado extensivamente para impor vínculos sobre modelos de energia escura.

## 4.4 Teste da Idade do Universo

No Capítulo 2, foi mencionado que a falta de uma fundamentação teórica sobre a origem da energia escura impulsiona a busca por novos métodos observacionais ou a implementação daqueles já estabelecidos que possam diretamente ou indiretamente inferir as propriedades dessa componente. Neste

contexto e seguindo a metodologia apresentada na Ref. [157] (veja também as Refs. [158, 159]), nós discutimos quantitativamente como as estimativas de idades de objetos em alto- $z$  restringem parâmetros cosmológicos.

A expressão geral para a relação idade-*redshift* como função dos parâmetros observáveis para uma dada cosmologia pode ser facilmente deduzida [156]. A princípio, temos

$$\int_0^{t_z} dt = \int_0^a \frac{da}{\dot{a}}. \quad (4.19)$$

Multiplicando o lado direito da Eq. acima por  $(\frac{a_0}{a})$  e  $(\frac{a}{a_0})$ , e introduzindo uma nova variável  $x = \frac{a}{a_0} = (1+z)^{-1}$ , encontramos a seguinte relação

$$t(z) = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')\mathcal{H}(\mathbf{p})}. \quad (4.20)$$

A idade total do Universo pode ser escrita como

$$t_0 = \int_0^\infty \frac{dz'}{(1+z')\mathcal{H}(\mathbf{p})}, \quad (4.21)$$

A Figura (4.5) mostra o parâmetro de idade ( $H_0 t_0$ ) como função do parâmetro da equação de estado ( $\omega = \text{cte}$ ). Note que para valores fixos do parâmetro de densidade  $\Omega_m$ , a equação acima implica que a idade prevista para o Universo decresce para valores maiores de  $\omega$ . Dessa maneira, a relação *lookback time - redshift*, definido como a diferença entre a idade do Universo hoje ( $t_0$ ) e sua idade ( $t_z$ ), pode ser escrita como

$$t_L(z; \mathbf{p}) = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')\mathcal{H}(\mathbf{p})}. \quad (4.22)$$

A fim de entendermos como a relação (4.22) pode ser utilizada para impor limites sobre os parâmetros cosmológicos, consideremos agora um objeto (e.g., uma galáxia, um quasar ou um aglomerado de galáxias) num *redshift*  $z_i$  cuja idade  $t(z_i)$  é definida como a diferença entre a idade do Universo em  $z_i$  e a idade



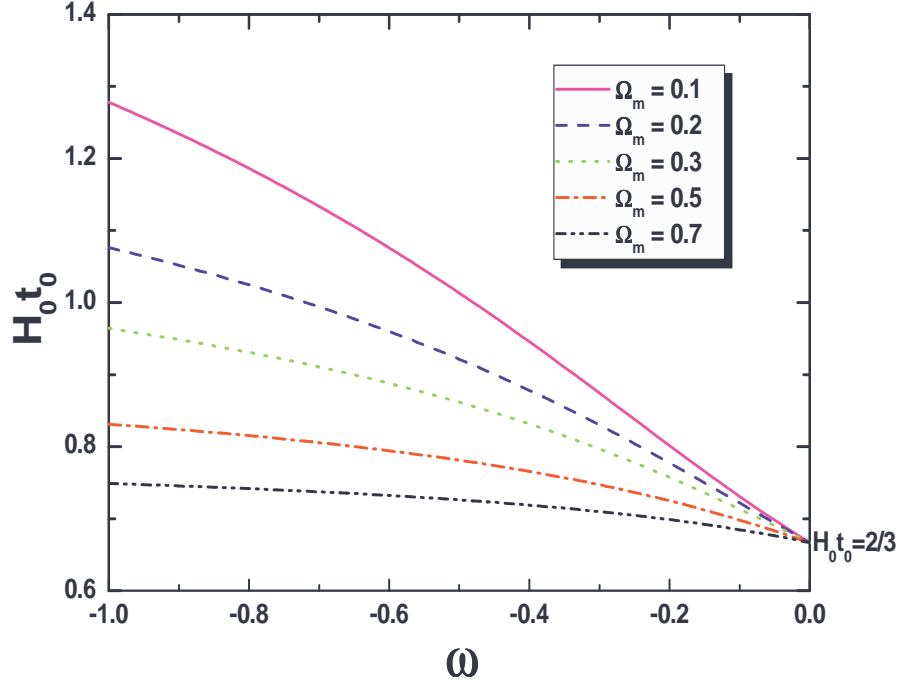


Figura 4-5: Parâmetro de idade como função de  $\omega$  para alguns valores de  $\Omega_m$ .

quando o objeto foi formado (em seu *redshift* de formação  $z_F$ ), i.e.,

$$t(z_i) = \left[ \int_{z_i}^{\infty} \frac{dz'}{(1+z')\mathcal{H}(\mathbf{p})} - \int_{z_F}^{\infty} \frac{dz'}{(1+z')\mathcal{H}(\mathbf{p})} \right] \quad (4.23)$$

ou, equivalentemente,

$$t(z_i) = t_L(z_F) - t_L(z_i). \quad (4.24)$$

A partir da expressão acima, nós podemos definir o *lookback time* observado para um objeto em  $z_i$  como

$$\begin{aligned} t_L^{obs}(z_i; \tau) &= t_L(z_F) - t(z_i) \\ &= [t_o^{obs} - t(z_i)] - [t_o^{obs} - t_L(z_F)] \\ &= t_o^{obs} - t(z_i) - \tau, \end{aligned} \quad (4.25)$$

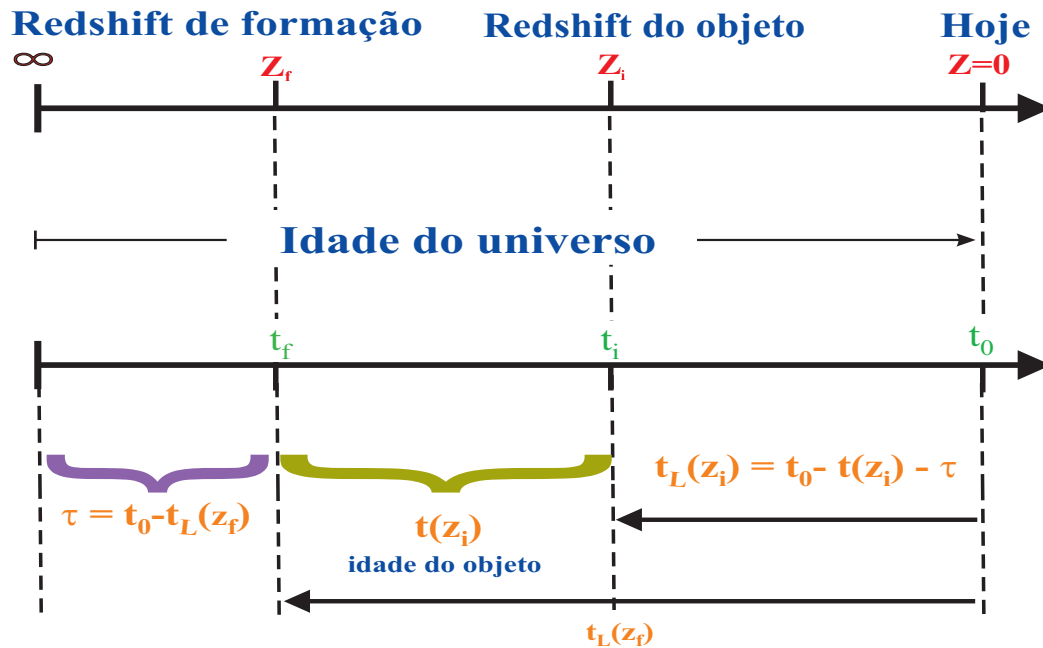


Figura 4-6: *Lookback time*, a idade do Universo e quantidades relacionadas [159].

onde  $\tau$  é o tempo de incubação ou *delay factor*, que corresponde à nossa ignorância sobre a quantidade de tempo desde o início do processo de formação de estruturas do Universo até a formação ( $t_f$ ) do objeto (veja também [157] e [159] para uma discussão). No Capítulo seguinte, discutiremos como uma análise estatística pode ser implementada a partir das definições acima mencionadas. Na Fig. (4.6), é mostrado um esquema para facilitar a compreensão do *lookback time*, a idade do Universo, e algumas quantidades relacionadas.

## 4.5 Sumário

Neste Capítulo, discutimos alguns dos principais observáveis adotados na literatura para testar a viabilidade de cenários cosmológicos. Estes testes são essencialmente baseados em medidas de distâncias de objetos ou réguas físicas e medidas envolvendo idades. Nos próximos Capítulos, utilizando os critérios de seleção de modelos apresentados no Capítulo anterior, discutiremos as

análises realizadas e os resultados encontrados quando estes testes são aplicados aos modelos discutidos no Capítulo 2. A complementaridade desses testes cosmológicos também será brevemente discutida.

# PARTE III

## Análises e Resultados

# Capítulo 5

## Análises e Resultados - Parte I

Todas as análises e resultados discutidos neste Capítulo são baseados em dois artigos:

1. Dantas M. A., Alcaniz J. S., Jain D. & A. Dev, 2007, *Astron. Astrophys.* 467, 421 [35];
2. Dantas M. A., Alcaniz J. S. & Pires N., 2009, *Phys. Lett. B* 679, 423 [37].

Na primeira referência, nós transformamos as observações selecionadas do GDDS [28, 29] em medidas de *lookback time* (LT) assumindo o valor para a idade total do Universo,  $t_o^{obs} = 13.6_{-0.3}^{+0.4}$  Ganos ( $1\sigma$ ), como recentemente obtido a partir das análises do WMAP [29]. Para melhor restringir a EE da energia escura e sua densidade de energia, investigamos também os limites destas quantidades quando as medidas de LT do GDDS são combinadas aos dados de SNe Ia e de EGE.

Na segunda, trabalhamos com uma amostra estendida que contém 32 galáxias distribuídas num intervalo de *redshift*  $0.11 \leq z \leq 1.84$  [30] e o valor assumido para a idade total do Universo foi  $t_o^{obs} = 13.6_{-0.3}^{+0.4}$  Ganos ( $1\sigma$ ) [31, 32].

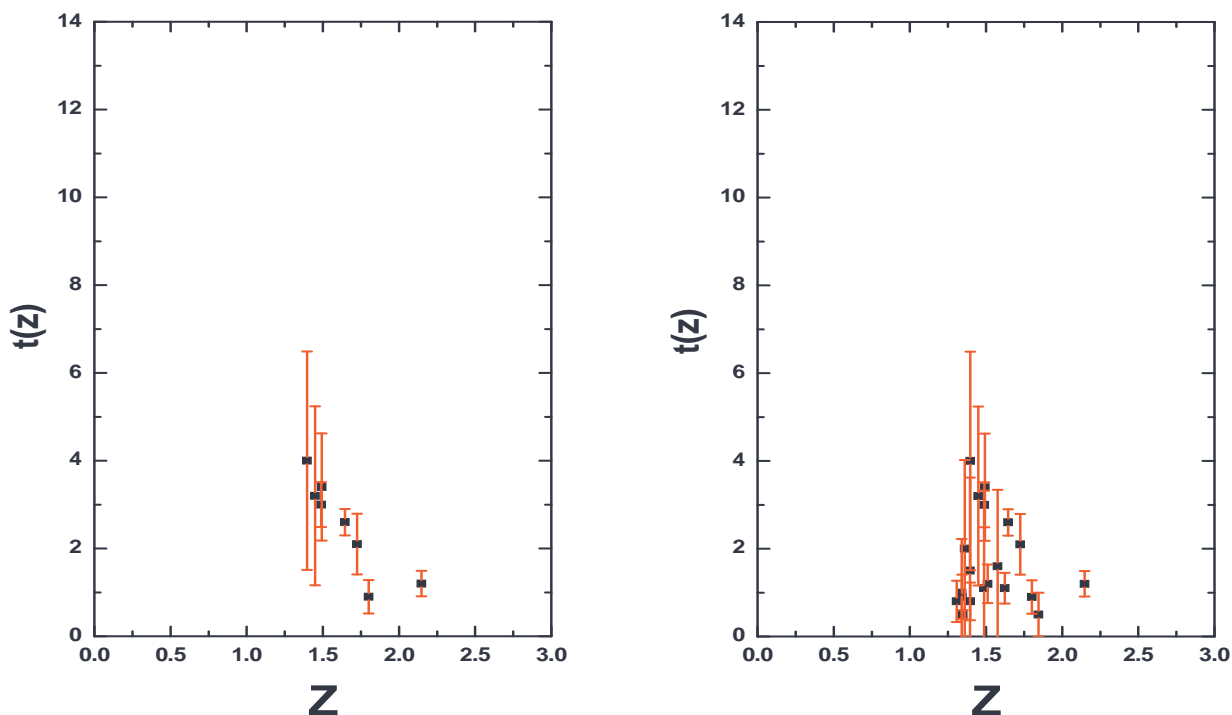


Figura 5-1: A amostra dos dados idade-*redshift*. **(a)** As 8 medidas de galáxias selecionadas em altos- $z$  após o critério discutido no texto. **(b)** Os dados originais do GDDS. Esta amostra contém 20 galáxias distribuídas em um intervalo de *redshift*  $1.308 \leq z \leq 2.147$  [29].

## 5.1 Dados de *Lookback Time* - [35]

Nesta seção, discutiremos quantitativamente como as medidas de LT do GDDS acima mencionadas restringem a EE da energia escura através de uma análise estatística dos dados. A amostra total do GDDS apresentada por McCarthy et al. [29] consiste de 20 galáxias velhas distribuídas no intervalo de *redshift*  $1.308 \leq z \leq 2.147$  [veja a Fig. (5.1b)]. Para determinar as idades das galáxias, McCarthy et al. [29] comparou a distribuição de energia observada com o conjunto de espectros sintéticos computados com o PEGASE.2 [161] e construiu uma superfície multidimensional  $\chi^2$  varrendo uma gama de possíveis histórias de formação estelar, extinção e metalicidade. Embora esta amostra

Tabela 5.1: Os dados do GDDS utilizados na análise estatística.

$z_i$	$t(z_i)$	$t_0^{obs}$	$t_L^{obs}$	$\sigma_i$
1.398	4.0	13.6	9.6	2.49
1.45	3.2	13.6	10.4	2.04
1.49	3.0	13.6	10.6	0.51
1.493	3.4	13.6	10.2	1.22
1.646	2.6	13.6	11.0	0.30
1.725	2.1	13.6	11.5	0.69
1.801	0.9	13.6	12.7	0.38
2.147	1.2	13.6	12.4	0.29

de galáxias tenha sido reanalisada independentemente por Simon *et al.* [30], que obteve idades muito próximas das estimativas da colaboração do GDDS ( $\pm 0.1$  Ganos), é importante enfatizar que aquelas estimativas não são livres de incertezas observacionais e teóricas (por exemplo, aquelas relacionadas ao modelo de síntese de população estelar, quantidades de evolução ativa, entre outras.)<sup>1</sup>

Para construir nossa amostra do LT, nós primeiro selecionamos a partir das observações do GDDS os dados mais apropriados para nossa análise cosmológica. É necessário esclarecer que nosso primeiro objetivo é impor limites sobre o comportamento da EE cósmica tão restritos quanto possíveis a partir destas medidas de idades em altos  $z$ . Para tal, adotamos o seguinte critério: dado dois objetos no mesmo (aproximadamente) *redshift*, o objeto mais velho é sempre selecionado. Isto é justificado pelo fato de que um modelo do Universo que é capaz de explicar a existência de um objeto muito velho em um dado  $z$  pode também naturalmente explicar a existência de um objeto mais novo para aquele mesmo  $z$ . Seguindo este critério, nós obtivemos uma amostra de 8 galáxias, a

<sup>1</sup>Como um exemplo, veja o debate envolvendo as estimativas de idades para a radio galáxia LBDS 59W069 [162] - [164].

qual é mostrada na Fig. (5.1a). Na Fig. (5.1b), os dados originais da colaboração do GDDS são mostrados por motivo de comparação.

Outro aspecto importante para construir nossa amostra de *lookback time* [veja Eq. (4.25)] diz respeito à idade total do Universo. Na nossa análise, assumimos  $t_o^{obs} = 13.6_{-0.3}^{+0.4}$  Ganos ( $1\sigma$ ), de acordo com o valor obtido por MacTavish *et al.* [29] a partir de uma análise conjunta envolvendo os dados mais recentes da RCF<sup>2</sup> (WMAP, DASI, VSA, ACBAR, MAXIMA, CBI e BOOMERANG). Na Tabela (5.1), é mostrada a amostra do GDDS que foi utilizada na análise estatística discutida a seguir.

## 5.2 Análise Estatística

Para estimar o melhor ajuste para o conjunto de parâmetros  $\mathbf{p}$ , nós definimos a função probabilidade (*posteriori*)

$$\mathcal{L}_{LT} \propto \exp \left[ -\chi_{LT}^2(z; \mathbf{p}, \tau)/2 \right], \quad (5.1)$$

onde  $\chi_{LT}^2$  é dado por

$$\chi_{LT}^2 = \sum_i \frac{[t_L(z_i; \mathbf{p}) - t_L^{obs}(z_i; \tau)]^2}{\sigma_T^2} + \frac{[t_o(\mathbf{p}) - t_o^{obs}]^2}{\sigma_{t_o^{obs}}^2}. \quad (5.2)$$

$\sigma_T^2 \equiv \sigma_i^2 + \sigma_{t_o^{obs}}^2$ , corresponde à soma da incerteza do *lookback time* individual para a  $i$ -ésima galáxia da nossa amostra  $\sigma_i^2$  e  $\sigma_{t_o^{obs}} = 0.35$  Ganos<sup>3</sup>, que corresponde à incerteza da idade total do Universo ( $t_o^{obs}$ ). É necessário enfatizar que a evolução

---

<sup>2</sup>Note que, para evitar informações redundantes com as observações de SNe Ia e de EGE utilizadas nas seções seguintes, nós adotamos as estimativas de idades somente obtidas apenas a partir de combinações de experimentos de RCF.

<sup>3</sup>Esse valor foi obtido calculando a média de  $\sigma_{t_o^{obs}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{(0.3)^2 + (0.4)^2}{2}\right)} = 0.35$ .



da idade do Universo com o *redshift* ( $dt_U/dz$ ) pode diferir consideravelmente de cenário para cenário, de tal maneira que modelos cosmológicos que são capazes de explicar estimativas de idades de objetos em altos- $z$  podem não ser compatíveis com as estimativas de idade total em  $z = 0$  (e vice-versa) [165]. Em nossa análise, incluímos um *prior* na idade total do Universo, que é igual ao valor adotado para construir a amostra de *lookback time*, isto é,  $t_o^{obs} = 13.6_{-0.3}^{+0.4}$  Ganos ( $1\sigma$ ). Isto quer dizer que nossa análise de LT é sempre executada com os dois termos da Eq. (5.2).

Outro aspecto importante nesta análise refere-se ao tempo de incubação  $\tau$ . Note que, a princípio, deve haver variações no valor de  $\tau$  para cada objeto na amostra (galáxias se formam em diferentes épocas). Aqui, no entanto, nós não conhecemos o *redshift* de formação para cada objeto. Assim, o tempo de incubação é assumido como um parâmetro a ser determinado. Nós, portanto, marginalizamos sobre os possíveis valores deste parâmetro. Note também que esta marginalização pode ser obtida analiticamente pela definição de uma função log-probabilidade modificada  $\tilde{\chi}_{LT}^2$ , isto é,<sup>4</sup>

$$\begin{aligned}\tilde{\chi}_{LT}^2 &= -2 \ln \int_0^\infty d\tau \exp\left(-\frac{1}{2}\chi_{LT}^2\right) \\ &= A - \frac{B^2}{C} + D - 2 \ln \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2C}} \operatorname{erfc}\left(\frac{B}{\sqrt{2C}}\right) \right],\end{aligned}\quad (5.3)$$

onde

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta^2}{\sigma_T^2}, \quad B = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta}{\sigma_T^2}, \quad C = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_T^2},$$

$D$  é o segundo termo do lado direito da Eq. (5.2),

$$\Delta = t_L(z_i; \mathbf{p}) - [t_o^{obs} - t(z_i)],$$

e  $\operatorname{erfc}(x)$  é a função erro complementar da variável  $x$ .

---

<sup>4</sup>Para uma derivação da Eq. (5.3), veja o Apêndice A.

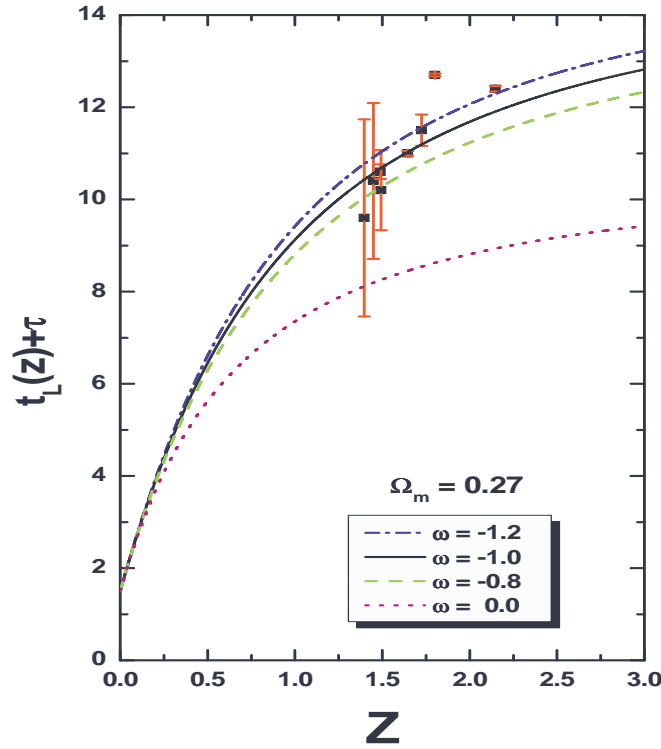


Figura 5-2: Relação *lookback time* como função do *redshift* para alguns valores selecionados do parâmetro da EE e um valor fixo de  $\Omega_m = 0.27$ . Para plotar estas curvas, nós assumimos  $\tau = 1.5$  Ganos. A linha cheia corresponde ao caso  $\Lambda$ CDM ( $\omega = -1$ ).

### 5.3 Resultados

A Figura (5.2) mostra os dados de LT do GDDS como função do *redshift* para alguns valores selecionados do parâmetro da EE e um valor fixo de  $\Omega_m = 0.27$ . Para plotar estas curvas, nós assumimos um tempo de incubação de  $\tau = 1.5$  Ganos. Note que, em concordância com outras análises independentes, somente para valores extremos (e não realísticos) do tempo de incubação (e.g.,  $\tau > 4.5$  Ganos), um universo dominado por matéria ( $w = 0$ ) seria ainda compatível com essas estimativas de idade.

Na Fig. (5.3), apresentamos os primeiros resultados das nossas análises estatísticas. Regiões de confiança (68.3% e 95.4%) são mostradas no espaço

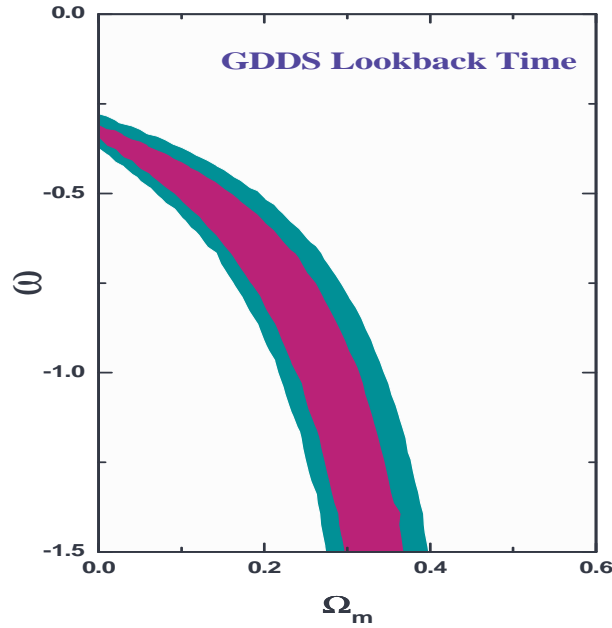


Figura 5-3: Primeiros resultados de nossa análise estatística. Restrições de LT do GDDS no plano  $\Omega_m - \omega$ . Os contornos correspondem aos níveis de confiança 68.3% e 95.4%, respectivamente. O melhor ajuste para este modelo são  $\Omega_m = 0.21$  e  $\omega = -0.72$ .

de parâmetros  $\Omega_m - \omega$  a partir dos dados de LT do GDDS discutidos acima. Semelhantemente às restrições obtidas a partir de observações de SNe Ia (veja, por exemplo, [17]), nós notamos que um grande intervalo de valores para a EE da energia escura é permitida, com o parâmetro densidade de matéria sendo mais restrito aqui ( $\Omega_m \leq 0.35$ ) do que nas análises atuais de SNe Ia ( $\Omega_m \leq 0.5$ ). Note também que, embora compatível com um comportamento supernegativo da EE ( $\omega < -1$ ) [58, 167], o melhor ajuste para  $\omega$  é muito menos negativo, isto é,  $\omega = -0.72$ . Por motivo de comparação, fizemos a mesma análise utilizando a amostra total do GDDS de 20 galáxias (ao invés do critério aplicado e discutido previamente para reduzir o número de objetos). Neste caso, nosso melhor ajuste resultou em  $\Omega_m \simeq 0$  e  $\omega = -0.32$ , o qual é muito distante de qualquer estimativa real utilizando conjuntos recentes de dados observacionais. É também interessante observar que os dados de LT fornecem limites no plano  $\Omega_m - \omega$

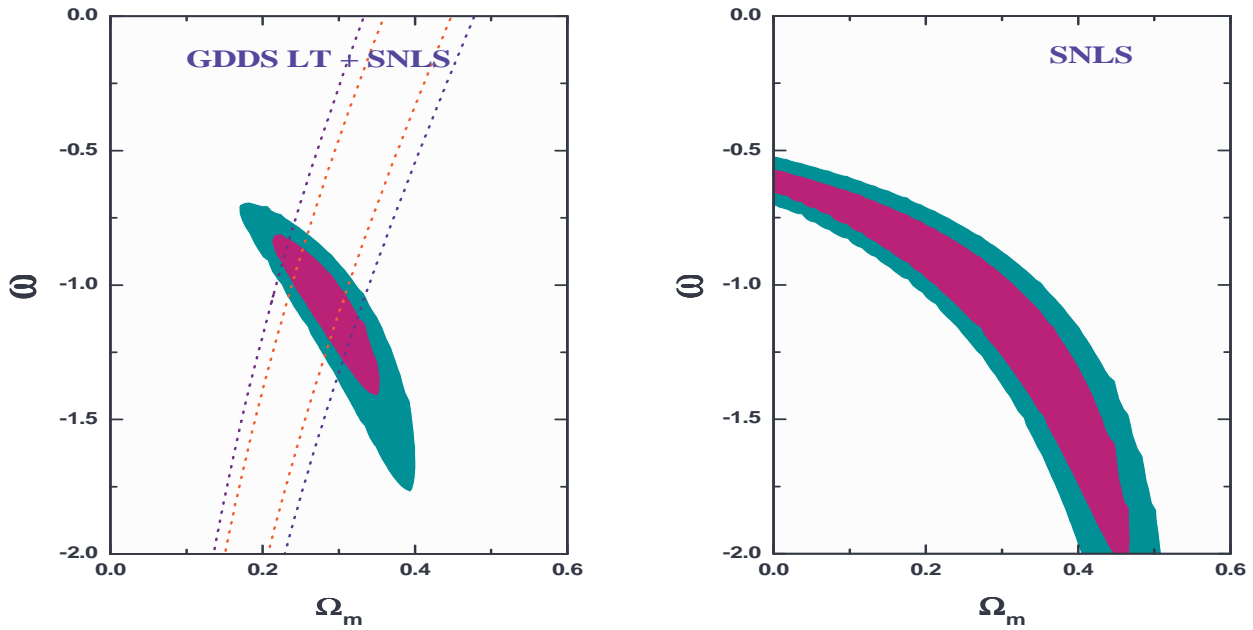


Figura 5-4: (a) Restrições de LT do GDDS mais SNLS no plano  $\Omega_m - \omega$ . Os contornos correspondem aos níveis de confiança 68.3% e 94.5% respectivamente. O melhor ajuste de modelo para esta análise são  $\Omega_m$  e  $\omega = -1.05$  com  $\chi^2/\nu = 1.02$ . As linhas pontilhadas representa as restrições a partir das medidas de BAO. (b) Restrições de SNLS sobre o espaço paramétrico  $\Omega_m - \omega$  são mostrado aqui por motivo de comparação (veja [17]).

muito semelhantes àqueles obtidos a partir de medidas de distâncias de SNe Ia do Projeto *Supernova Legacy Survey* (SNLS) [veja Fig. (5.4b)]. Isto, por sua vez, significa que uma análise conjunta envolvendo estes conjuntos de dados pode também ser entendida como uma análise estendida, uma vez que os dados de SNe Ia do SNLS estão restritos ao intervalo  $z \leq 1.01$  [17], enquanto os dados do GDDS estendem-se no intervalo de *redshift*  $1.308 \leq z \leq 2.147$  [28].

Na Figura (5.4a), nós mostramos os resultados da nossa análise envolvendo dados de LT + SNLS. As regiões de confiança em 68.3% e 95.4% são mostrados no plano  $\Omega_m - \omega$ . Note que o espaço de parâmetro permitido é agora consideravelmente reduzido relativamente ao painel anterior [Fig. (5.3)]. A Fig.

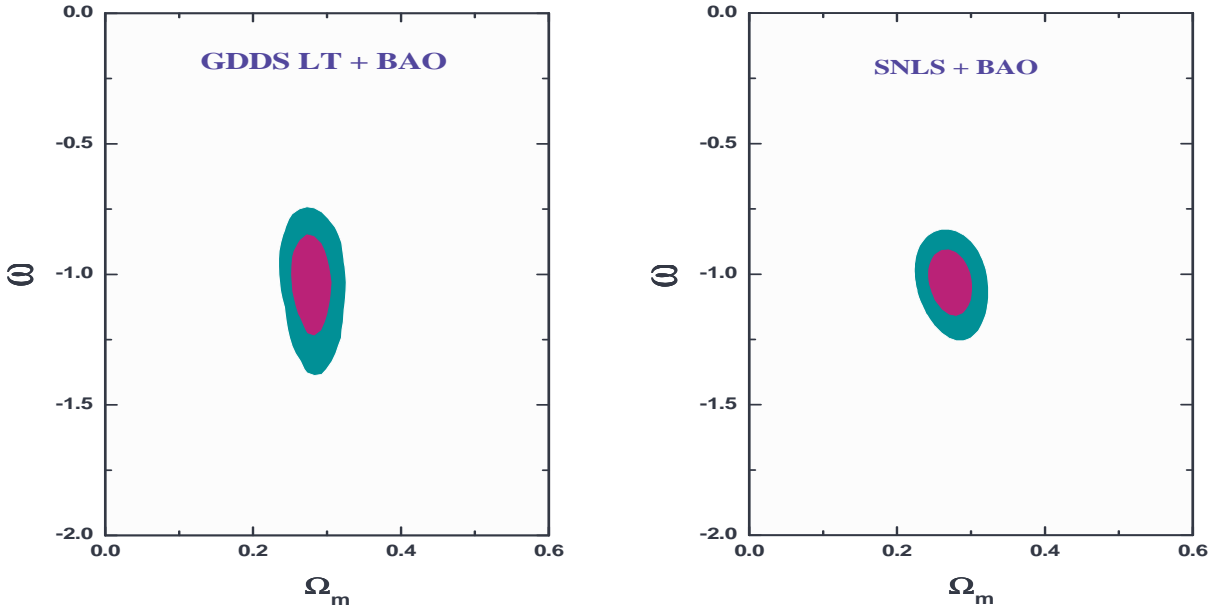


Figura 5-5: **(a)** Similar a Figura (5.4a) quando os dados do LT do GDDS são combinados com medidas de BAO. **(b)** Restrições recentes sobre o plano  $\Omega_m - \omega$  a partir dos dados de SNLS + BAO.

(5.4b) mostra, por motivo de comparação, as restrições no plano paramétrico  $\Omega_m - \omega$  a partir apenas de SNe Ia (veja também [17]). Em particular, valores de  $\omega$  menos negativos ( $\omega \geq -0.7$ ) e muito negativos ( $\omega \leq -1.75$ ) são excluídos ao nível de  $2\sigma$ . Note também que, enquanto os dados de SNLS sozinhos não podem impor nenhum limite sobre a EE da energia escura em níveis de 1 ou  $2\sigma$ , a combinação dos dados de LT + SNLS muda a região de confiança para valores mais próximos de  $\omega \simeq -1$  que, por sua vez, está em acordo com outros conjuntos de dados atuais (veja, por exemplo, [168] para uma discussão recente).

As linhas pontilhadas na Fig. (5.4a) representam, as restrições a partir de medidas de BAO no plano  $\Omega_m - \omega$ . Como é bem conhecido, uma vez que estas quantidades foram medidas em *redshifts* específicos ( $z_{\text{BAO}} = 0.35$ ), elas formam bandas num espaço de parâmetro  $\Omega_m - \omega$  ao invés de uma elipsóide, como no caso dos dados de *lookback time* e SNe Ia. No entanto, o aspecto mais importante associado a essas medidas está no fato de que essas bandas são aproximadamente

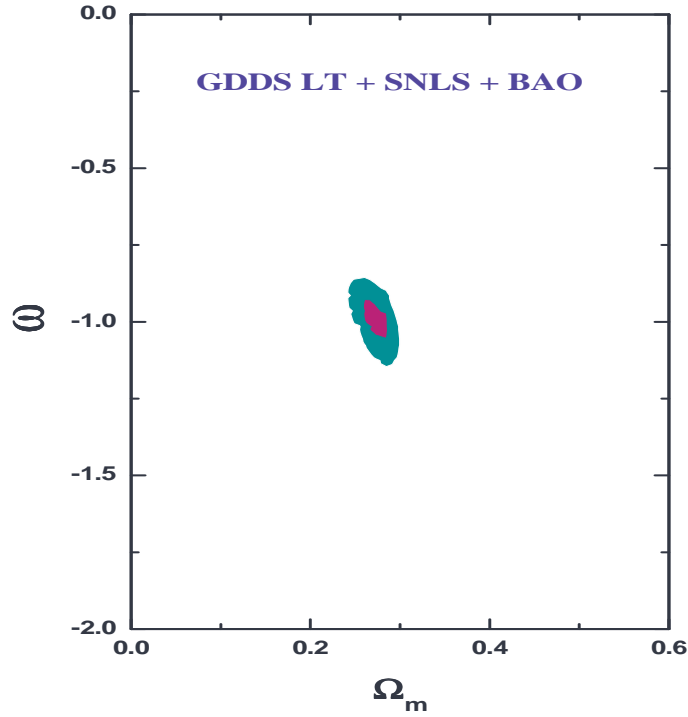


Figura 5-6: A análise conjunta envolvendo os dados do LT do GDDS + SNe Ia + BAO. Note que, relativo às figuras anteriores, o espaço de parâmetros permitidos agora é consideravelmente reduzido. Os melhores ajustes de valores para toda a análise executada são apresentada na Tabela (5.2).

perpendiculares ao eixo maior da elipsóide obtida a partir dos dados de LT + SNLS, o que sugere que uma análise combinada pode quebrar a degenerescência existente ao plano paramétrico  $\Omega_m - \omega$ . O resultado desta análise complementar é mostrado nas Figs. (5.5a), (5.5b) e (5.6). Note que uma parte considerável no espaço de parâmetros está agora fora do nível de  $2\sigma$  [principalmente a Fig. (5.4a)] e um limite superior (mais baixo)  $\omega < -0.75$  ( $\omega > -1.4$ ) pode ser imposto ao parâmetro da EE. Estes resultados devem ser comparados com os dados mais restritivos a partir de SNLS + BAO [Fig. (5.5b)], que fornecem  $\Omega_m = 0.271$  e  $\omega \simeq -1.023$  [17]. Como esperado, quando todos os observáveis cosmológicos discutidos neste trabalho são combinados em uma análise conjunta [Fig. (5.6)], o espaço de parâmetros permitido torna-se ainda mais reduzido relativo às análises

Tabela 5.2: Os melhores ajustes dos valores de  $\Omega_m$  e  $\omega$ .

Teste	$\Omega_m$	$\omega$	$\chi^2/\nu$
Lookback Time do GDDS	0.21	-0.72	1.55
Lookback Time do GDDS + SNLS	0.28	-1.05	1.02
Lookback Time do GDDS + BAO	0.29	-1.03	1.58
Lookback Time + SNLS + BAO	0.27	-1.02	1.02

anteriores [Figs. (5.3), (5.4a-b) e (5.5a-b)], com os valores da EE da energia escura convergindo para  $\omega \simeq -1$  (no entanto, existe ainda um espaço para comportamentos do tipo quintessência e *phantom*). Os melhores ajustes de parâmetros para esta análise conjunta total são  $\Omega_m = 0.27$  e  $w = -1.02$  com  $\chi_\nu^2 = 1.02$  reduzido ( $\equiv \chi_{min}^2/\nu$ , onde  $\nu$  é o número de graus de liberdade). Isto corresponde aproximadamente ao cenário  $\Lambda$ CDM, com parâmetro desaceleração  $q_0 = -0.57$ , *redshift* de transição (no qual a expansão muda de desacelerada para acelerada)  $z_T = 0.75$ , e idade total de  $9.6h^{-1}$  Ganos ( $\simeq 13.5$  Ganos para  $h = 0.71$ ). Em 95.4%, nós também encontramos  $\Omega_m = 0.27 \pm 0.02$  e  $\omega = -1.02_{-0.11}^{+0.12}$ . Os melhores ajustes de parâmetros para toda a análise executada, assim como os valores correspondentes de  $\chi_\nu^2$  estão resumidos na Tabela (5.2).

## 5.4 Amostra Estendida: 32 galáxias - [37]

Na Ref. [37], nós concentramos nossas análises em dois modelos de energia escura, nominalmente, o cenário padrão ( $\Lambda$ CDM) e um universo plano constituído por matéria (bariônica e escura) e uma componente exótica com pressão negativa ( $\omega$ CDM). Nesta análise, também utilizamos medidas recentes do pico de BAO [22] e a idade do Universo derivada a partir de medidas atuais de RCF [31, 32] para quebrar possíveis degenerescências nos espaços paramétricos. Destacamos ainda que foi utilizada uma nova amostra de idade constituída por 32 galáxias distribuídas no intervalo de *redshift*  $0.11 \leq z \leq 1.84$ , como recentemente estudada

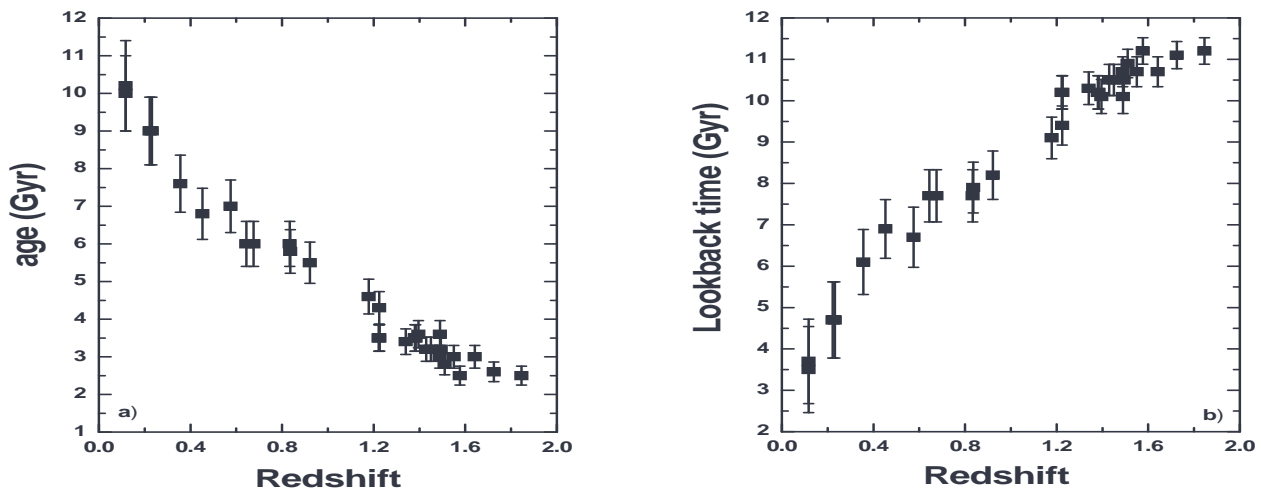


Figura 5-7: **Esquerda:** Os dados originais obtidos da [30]. Esta amostra corresponde a 32 galáxias, distribuídas no intervalo de *redshift*  $0.11 \leq z \leq 1.84$  e inclui observações do GDDS [28] e dados arquivados [184, 164]. **Direita:** A amostra do LT. Nós combinamos as medidas de idades das 32 galáxias com as estimativas da idade total do Universo,  $t_0^{obs} = 13.7 \pm 0.2$  Ganos ( $1\sigma$ ), como obtida a partir das medidas recentes da RCF [31, 32].

na Ref [30] [veja a Figura (5.7a)].

A amostra total é constituída por 3 sub-classes: galáxias do campo do tipo *early* [181, 182] (cujas idades foram obtidas utilizando os modelos SPEED da Ref. [183]); 20 galáxias vermelhas do *survey* GDDS [28]; e duas rádio galáxias LBDS 53W091 e LBDS 53W069 [184, 164].

Nessa nova análise, nós assumimos que a idade do Universo observado é  $t_0^{obs} = 13.7 \pm 0.2$  Ganos [31, 32]<sup>5</sup>. Nas figuras (5.7a) e (5.7b), mostramos, respectivamente, a amostra com as idades originais e o LT como função do redshift para as 32 galáxias da Ref. [30].

<sup>5</sup>Note que, apesar de  $t_0^{obs}$  ser proveniente de uma análise da RCF que assume o  $\Lambda$ CDM como o modelo de fundo, é possível aplicar este *prior* em modelos genéricos de energia escura (ou seja,  $\omega \neq -1$ ), uma vez que a determinação da idade do WMAP não é muito sensível a  $\omega$ . Na realidade, mesmo para classes de modelos completamente diferentes, a estimativa de idade do WMAP permanece muito próximo ao valor obtido no contexto  $\Lambda$ CDM. Um exemplo claro é a análise feita na Ref. [185] para o modelo Cardassiano.



## 5.5 Teste de *Lookback Time*

Como mencionado na seção (5.2), um aspecto importante no teste LT- $z$  refere-se ao tempo de incubação  $\tau$ . Assim, diferentemente da análise apresentada anteriormente, nós consideramos um tempo de incubação  $\tau_i$  para cada objeto da amostra. Portanto, marginalizamos sobre os possíveis valores deste parâmetro. Note que agora a função log-modificada envolve um número  $n$  de integrações e pode ser escrita como<sup>6</sup>,

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{LTi}^2 = & \sum_i^N A_i - \sum_i^N \frac{B_i^2}{C_i} + \sum_i^N D_i \\ & - 2 \ln \left[ \prod_i^N \sqrt{\frac{2}{C_i}} \right] - 2N \ln \frac{\sqrt{\pi}}{2} - 2 \ln \left[ \prod_1^N \text{erfc}(\lambda_i) \right], \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde

$$A_i = \frac{\Delta_i^2}{\sigma_i^2}, \quad B_i = \frac{\Delta_i}{\sigma_i^2}, \quad C_i = \frac{1}{\sigma_i^2},$$

$D_i$  é o segundo termo da Eq. (5.2),

$$\Delta_i = t_L(z_i; \mathbf{p}) - [t_o^{obs} - t(z_i)],$$

## 5.6 Resultados

### 5.6.1 O Modelo $\Lambda$ CDM

Nas figuras (5.8a)-(5.8c), mostramos os primeiros resultados de nossas análises estatísticas. A Fig. (5.8a) mostra regiões de contornos (68.3% e 95.4% C.L.) no plano  $\Omega_m - h$  a partir da combinação LT +  $H_0$ , onde o *prior* Gaussiano  $H_0 = 72 \pm 8$  km/s/Mpc [42], foi adicionado à análise. Como é fisicamente esperado, para valores maiores de  $\Omega_m$ , valores menores do parâmetro

---

<sup>6</sup>A derivação desta marginalização analítica encontra-se no Apêndice A.

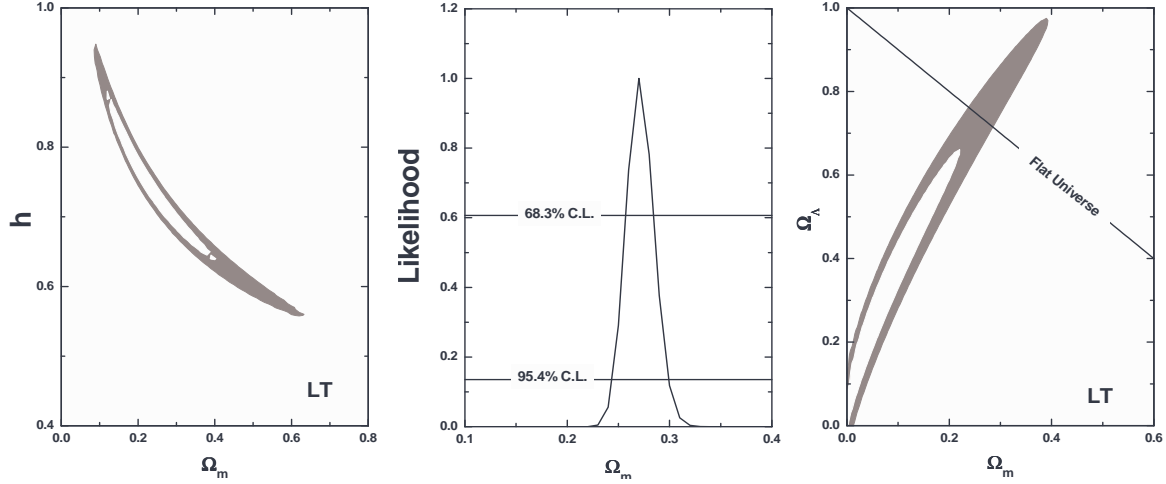


Figura 5-8: **Esquerda:** Regiões de confiança em 68.3% e 95.4% no espaço paramétrico  $\Omega_m - h$  da análise do LT. Como fisicamente esperado, para maiores valores de  $\Omega_m$  os menores valores do parâmetro de Hubble é permitido para ajustar os dados do LT. **Centro:** Função verossimilhança para  $\Omega_m$ . Para esta análise, nós encontramos um valor de  $\Omega_m = 0.259 \pm 0.030$  em 95.4% (C.L.). **Direita:** O plano  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$  obtido a partir de nossas análises. O melhor ajuste favorece a um universo espacialmente aberto com  $\Omega_k \simeq 0.7$ .

de Hubble são permitidos pela análise estatística. Em 95.4% (C. L), encontramos  $0.18 \leq \Omega_m \leq 0.23$  ou, equivalentemente,  $0.74 \leq \Omega_\Lambda \leq 0.77$  ( $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$ ).

A Fig. (5.8b) mostra a função verossimilhança para o parâmetro densidade de matéria, onde as linhas pontilhadas representam cortes de 68.3% e 95.4% (C.L.). A partir dessas análise, nós encontramos  $\Omega_m = 0.259 \pm 0.030$  em 95.4% (C.L.), que está de acordo com as estimativas recentes de  $\Omega_m$  obtidas a partir de RCF [31, 32] e outras medidas independentes [27]. Também mostramos na Fig. (5.8c) o espaço  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$  quando a condição plana é relaxada, isto é, adicionando o termo  $\Omega_k a^{-2} = (1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda) a^{-2}$  ao modelo adotado. Diferentemente dos resultados de SNe Ia (que preferem um universo espacialmente plano), o cenário de melhor ajuste é um universo aberto com  $\Omega_k \simeq 0.7$  e  $0.03 \leq \Omega_m \leq 0.1$  e  $0.15 \leq \Omega_\Lambda \leq 0.32$  em 95% (C.L.).

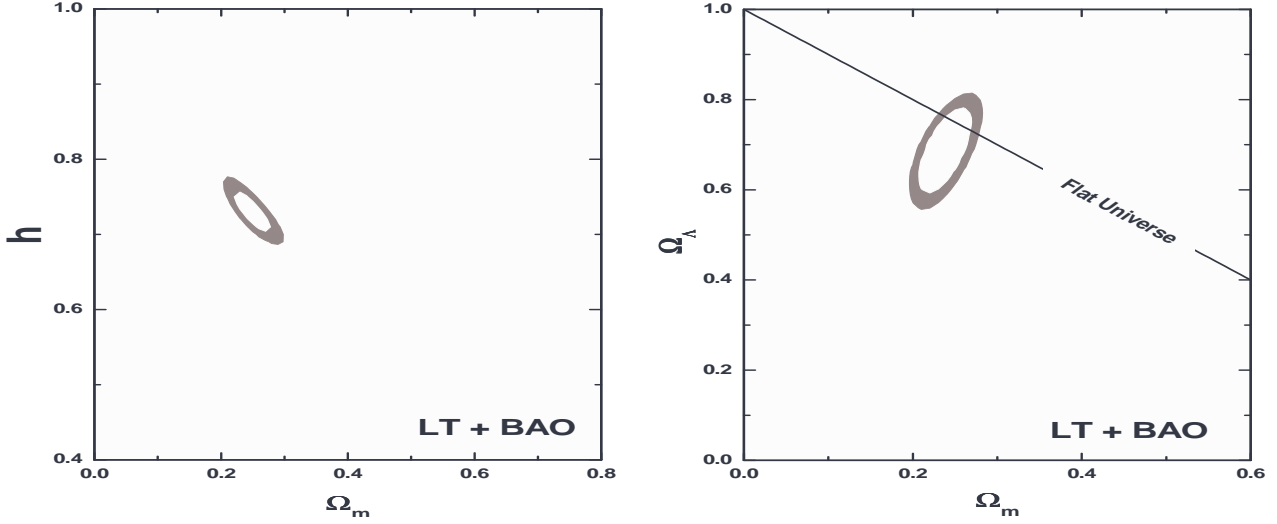


Figura 5-9: Resultados de uma análise conjunta envolvendo dados de LT e BAO. **Esquerda:** O plano  $\Omega_m - h$  para o modelo  $\Lambda$ CDM. A partir destas análises nós encontramos  $\Omega_m = 0.25 \pm 0.02$  e  $h = 0.73^{+0.02}_{-0.03}$  em  $2\sigma$ . **Direita:** Regiões de confiança em 68.3% e 95.4% no plano  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ . O melhor ajuste do modelo claramente favorece um modelo espacialmente plano com  $\Omega_k \simeq 0.07$  e  $\Omega_m = 0.24 \pm 0.02$  e  $\Omega_\Lambda = 0.69 \pm 0.08$  em 95.4% (C.L.).

### 5.6.2 Análise Conjunta

Na Fig. (5.9a), mostramos as regiões de contorno (68.3% and 95.4% C.L.) no plano  $\Omega_m - h$  para uma análise combinada LT + BAO. Note que, relativamente aos resultados mostrados na Fig. (5.9a), o espaço paramétrico permitido é agora consideravelmente reduzido e em  $2\sigma$  encontramos  $\Omega_m = 0.25 \pm 0.02$  e  $h = 0.73^{+0.02}_{-0.03}$ . A Fig. (5.9b) mostra a mesma análise para o espaço paramétrico  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$  com curvatura arbitrária. Note que o espaço paramétrico é muito mais restrito no caso da Fig. (5.8c). Em concordância com dados recentes de RCF, o modelo de melhor ajuste para esta análise, claramente favorece um universo aproximadamente plano com  $\Omega_k \simeq 0.07$  e  $\Omega_m = 0.24 \pm 0.02$  e  $\Omega_\Lambda = 0.69 \pm 0.08$  em 95.4% (C.L.).

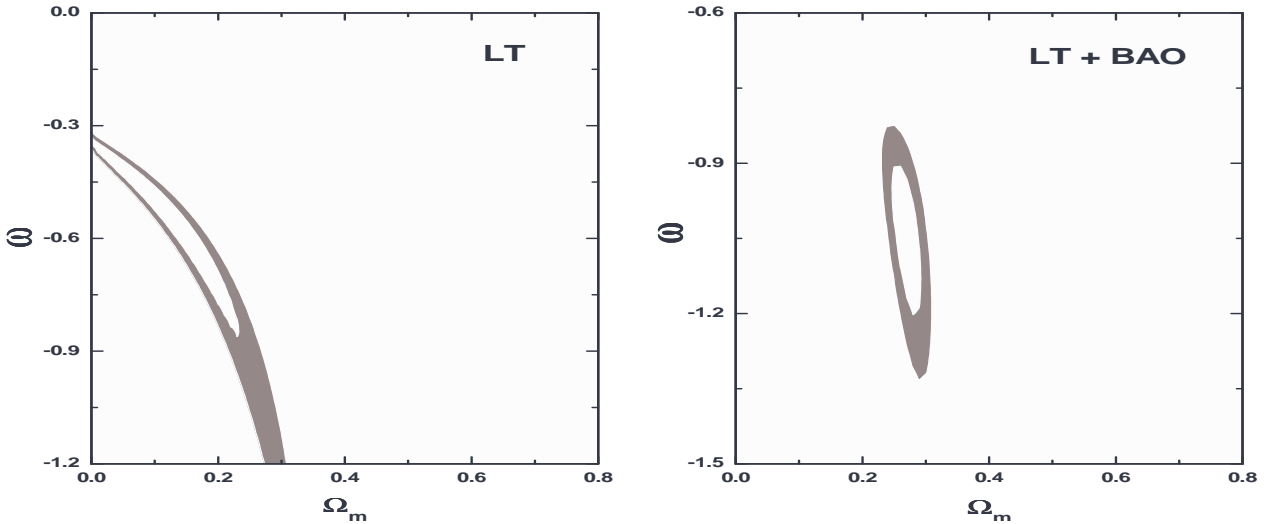


Figura 5-10: Resultados para o modelo  $\omega$ CDM **Esquerda:** O plano  $\Omega_m - \omega$  permitido pelos dados de LT. **Direita:** Limites da análise conjunta LT + BAO sobre o espaço  $\Omega_m - \omega$ . Como discutida nas seções anteriores, os resultados mais precisos encontrados em nossas análises reflete na complementaridade entre as medidas de LT e BAO.

### 5.6.3 O Modelo $\omega$ CDM

A Fig. (5.10a) mostra o espaço paramétrico  $\Omega_m - \omega$  permitido em 68.3% e 95.4% (C.L.) a partir dos dados de LT. Embora o espaço paramétrico seja bem restrito por estes dados, um grande intervalo para  $\omega$  é ainda permitido. Em particular, o melhor ajuste acontece para o valor de  $\Omega_m \simeq 0.1$  e  $\omega \simeq -0.46$ . Note que, apesar da física por trás das observações de SNe Ia e LT ser completamente diferente, restrições de LT sobre o plano  $\Omega_m - \omega$  são muito similares aos resultados obtidos a partir de medidas de SNe Ia. Estes resultados mostram que combinações dos dados de LT + SNe Ia não são capazes de quebrar completamente possíveis degenerescências no plano  $\Omega_m - \omega$ . Além disso, é esperado que no futuro dados de LT possam fornecer limites sobre os parâmetros cosmológicos comparáveis com àqueles provenientes das análises mais recentes de SNe Ia.

Adicionando a estimativa de BAO da Ref. [22] à análise acima (Fig. 5.10b), observamos que os intervalos de  $\omega$  e  $\Omega_m$  tornam-se mais restritos, com o melhor ajuste ocorrendo para valores de  $\Omega_m \simeq 0.27$  e  $\omega \simeq -1.04$ . Em 95.4% (C.L.)

Tabela 5.3: Os melhores ajustes de parâmetros para toda a análise executada.

Teste	$\Omega_m$	$h$
Lookback Time do GDDS	$0.21^{+0.02}_{-0.01}$	$0.76^{+0.02}_{-0.01}$
Lookback Time do GDDS + BAO	$0.25 \pm 0.02$	$0.73^{+0.02}_{-0.03}$

Teste	$\Omega_m$	$\Omega_\Lambda$
Lookback Time do GDDS	$0.05^{+0.03}_{-0.02}$	$0.25^{+0.07}_{-0.09}$
Lookback Time do GDDS + BAO	$0.24 \pm 0.02$	$0.69 \pm 0.08$

Teste	$\Omega_m$	$\omega$
Lookback Time do GDDS	$0.10 \pm 0.03$	$-0.46^{+0.05}_{-0.03}$
Lookback Time do GDDS + BAO	$0.27^{+0.03}_{-0.02}$	$-1.04^{+0.01}_{-0.02}$

nós também encontramos  $0.25 \leq \Omega_m \leq 0.29$  e  $-1.21 \leq \omega \leq -0.88$ . Como discutido na Ref. [35], os resultados mais restritivos são encontrados nas análises combinadas [Figs. (5.9b) e (5.10b)], o que reflete à complementaridade entre medidas de LT e BAO. Os melhores ajustes de parâmetros para toda a análise executada com os seus respectivos erros em  $2\sigma$  (C.L.) estão resumidos na Tabela (5.3).

## 5.7 Sumário

Neste Capítulo, nós desenvolvemos o teste estatístico para o LT-z marginalizando as análises para o tempo de incubação para cada galáxia da amostra. Mostramos que existe uma complementaridade entre este teste e o de BAO, o que resulta em vínculos bastante restritivos sobre os parâmetros dos cenários cosmológicos estudados. No próximo Capítulo, discutiremos as restrições do teste envolvendo idade de galáxias em altos *redshifts* para os modelos cosmológicos alternativos.

# Capítulo 6

## Análises e Resultados - Parte II

Diferentemente da análise apresentada no Capítulo anterior, neste Capítulo nós discutiremos o teste de idade- $z$ . Para evitar contagem dupla dos dados de RCF, não incluímos um *prior* na idade do Universo a partir dos dados de RCF, como usualmente feito com o teste do *lookback time*. Nesta análise, investigamos a viabilidade observacional dos cenários cosmológicos alternativos discutidos no Capítulo 2 à luz de medidas de idades de 32 galáxias como função do *redshift* e estimativas recentes da razão da escala acústica da RCF  $\ell_A$  e o pico de BAO. Também discutiremos os nossos resultados em termos dos dois critérios de seleção de modelos AIC e BIC. Todas as análises e os resultados discutidos aqui são baseados no seguinte artigo:

- Dantas M. A., Alcaniz J. S., Mania D. & Bharat Ratra., 2011, Phys. Lett. B699, 239 [38].

### 6.1 Modelos Alternativos

Como mencionado nos Capítulos 1 e 2, modelos teóricos de aceleração cósmica podem ser aproximados a dois grupos: aqueles que introduzem uma nova componente à composição do Universo (este inclui o caso padrão  $\Lambda$ CDM), e os que envolvem modificações na teoria da gravidade. Na análise apresentada

neste Capítulo, nós trabalhamos com alguns cenários alternativos<sup>1</sup>, tais como:

- Campo Escalar com  $V(\phi) \propto \phi^{-\alpha}$  ( $\phi$ CDM);
- Gás de Chaplygin simples (GC) e Generalizado (GCG);
- Quintessence Acoplada ( $\Lambda$ CDM);
- DGP;
- Expansão Cardassiana simples e Generalizada.

## 6.2 Restrições Cosmológicas

### 6.2.1 Teste da Idade-*redshift*

No Capítulo 4, vimos que a relação idade-*redshift* para um determinado objeto  $t(z_i)$  pode ser escrito como [156]

$$t^{teor}(z_i) = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')\mathcal{H}(\mathbf{p})}, \quad (6.1)$$

onde  $\mathbf{p}$  é conjunto de parâmetros dos modelos cosmológicos considerados. Do ponto de vista observacional, a idade de um dado objeto (por exemplo, galáxias) em um redshift  $z_i$  é dado por [veja o esquema da Fig. (4.6)]

$$t^{obs}(z_i) = t_G(z_i) + \tau. \quad (6.2)$$

$t_G(z_i)$  é a idade estimada da população estelar mais velha e  $\tau$  é o tempo de incubação definido anteriormente.

Para executar nossa análise, nós novamente utilizamos a amostra citada no Capítulo anterior, isto é, 32 galáxias distribuídas em um intervalo de *redshift*  $0.117 \leq z \leq 1.845$  [30] [veja a Fig. (5.1a)]. Nós ainda assumimos 10% de

---

<sup>1</sup>Para outros modelos alternativos, veja o Apêndice B e as Refs. [172, 179]

incerteza na medida da idade de cada galáxia  $\sigma_{t_{G,i}}^2$  (R. Jimenez, comunicação privada 2007).

Neste caso a função verossimilhança  $\mathcal{L} \propto \exp[-\chi_{idade}^2(H_0, z_i, \mathbf{p}, \tau)/2]$  é determinada pela estatística de  $\chi^2$

$$\chi_{idade}^2(H_0, z_i, \mathbf{p}, \tau) = \sum_{i=1}^{32} \frac{[t(z_i, \mathbf{p}) - t_G(z_i) - \tau]^2}{\sigma_{t_{G,i}}^2}. \quad (6.3)$$

## 6.2.2 Marginalização da Idade

Seguindo os passos mostrados no Apêndice A, a marginalização do parâmetro  $\tau$  pode ser espessa como

$$\tilde{\chi}_{idade}^2 = -2 \ln \left\{ \int_0^\infty \exp \left[ -\frac{1}{2} \chi_{idade} \right] dy \right\}, \quad (6.4)$$

⋮

$$\tilde{\chi}_{idade}^2 = \ln \left( \frac{2H_0^2}{\pi} A \right) - 2 \ln \operatorname{erfc} \left( \frac{B}{\sqrt{8A}} \right) - \frac{B^2}{4A} + C, \quad (6.5)$$

onde

$$A = \sum_{i=1}^{32} \frac{1}{\sigma_{t_{G,i}}^2}, \quad B = -2 \sum_i \frac{\Delta_i}{\sigma_{t_{G,i}}^2}, \quad C = \sum_i \left( \frac{\Delta_i}{\sigma_{\text{T}}^2} \right)^2,$$

e

$$\Delta_i = t^{teor}(z_i) - t^{obs}(z_i).$$

Note que a equação acima depende de  $H_0$  e nas análises abaixo nós utilizamos um *prior* sobre esta grandeza, isto é,  $h = 0.742 \pm 0.036$  com 68% de confiança estatística [44]. Note ainda que, para evitar contagem dupla dos dados de RCF, nós não incluímos um *prior* na idade do Universo a partir dos dados de RCF, como usualmente feito com o teste do *lookback time* mostrado no Capítulo anterior.



### 6.2.3 A Razão RCF/BAO

Os dois principais *inputs* que envolvem oscilações acústicas vêm dos dados de RCF e oscilações bariônicas. Embora os parâmetros  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{A}$  tenham sido comumente utilizados para restringir modelos alternativos, sua utilização nem sempre pode ser inteiramente apropriada, uma vez que os valores utilizados foram obtidas no âmbito de uma parametrização  $\omega$ CDM (veja, por exemplo, [186])<sup>2</sup>.

Nas análises desse Capítulo, seguimos Sollerman *et al.* [121] e utilizamos uma restrição mais independente de modelos, derivada a partir do produto da escala acústica da RCF,

$$\ell_A = \pi d_A(z_*)/r_S(z_*), \quad (6.6)$$

e medidas da razão da escala do horizonte acústico na época do desacoplamento e da escala de dilatação de BAO,

$$r_s(z_d)/D_V(z_{BAO}), \quad (6.7)$$

onde  $d_A(z_*)$  é a distância ao diâmetro angular comóvel até à recombinação e  $r_s(z_*)$  é o horizonte do som comóvel no desacoplamento.

Ao combinar a razão  $r_s(z_d = 1020)/r_S(z_* = 1090) = 1.044 \pm 0.019$  [91] com as medidas do  $r_s(z_d)/D_V(z_{BAO})$ , onde  $z_{BAO} = 0.20$  e  $0.35$  [187], Sollerman *et al.* [121] encontraram

$$\begin{aligned} d_A(z_*)/D_V(0.2) &= 17.55 \pm 0.65 \\ d_A(z_*)/D_V(0.35) &= 10.10 \pm 0.38. \end{aligned} \quad (6.8)$$

No que segue, apresentaremos os resultados das análises conjuntas envolvendo dados de idade + RCF/BAO. Dado que as observações de SNe Ia restringem os

---

<sup>2</sup>Para o parâmetro de BAO  $\mathcal{A}$ , por exemplo, é assumido implicitamente que a evolução das perturbações da densidade de matéria durante a era dominada por matéria deve ser similar ao caso  $\Lambda$ CDM e também que a distância comóvel do horizonte na época do equilíbrio entre a densidade de energia da radiação e matéria deve escalar com  $(\Omega_m H_0^2)^{-1}$ .

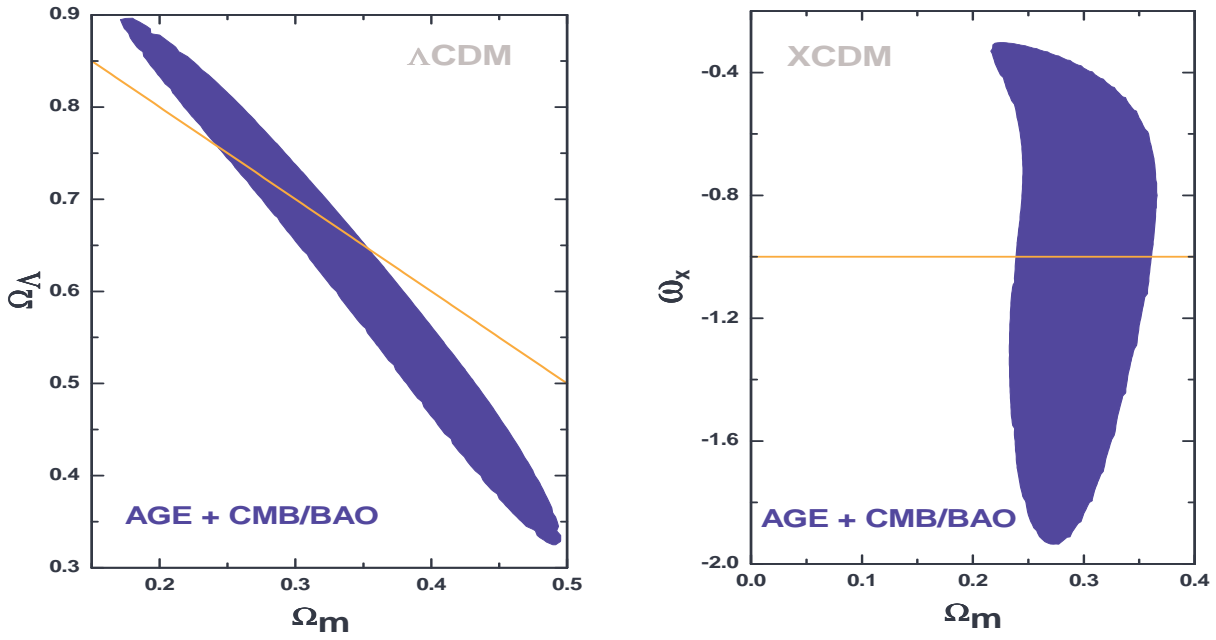


Figura 6-1: Contornos de  $\Delta\chi^2 = 6.17$  ( $2\sigma$ ) para o modelo  $\Lambda$ CDM (esquerda) e o modelo espacialmente plano  $\omega$ CDM (direita). O contorno corresponde à análise conjunta envolvendo dados de idade + CMB/BAO, respectivamente. Na Figura da esquerda ( $\Lambda$ CDM), a linha ortogonal laranja demarca o modelo espacialmente plano, enquanto que na Figura da direita ( $\omega$ CDM), a linha horizontal indica modelos com constante cosmológica independente do tempo.

espaços paramétricos de maneira semelhante às estimativas de idade, nós não incluímos os dados de SNe Ia nessas análises.

### 6.3 Resultados

As Figuras (6.1) - (6.3) mostram alguns dos principais resultados de nossas análises. Nestas figuras, nós mostramos regiões de contorno em  $2\sigma$  resultantes da análise envolvendo a relação idade- $z$  para 32 galáxias mais a razão RCF/BAO. Note que, embora não fornecendo muita restrições sobre todos os casos analisados, estes dados cosmológicos de distância e tempo podem fornecer limites muito fortes sobre alguns espaços paramétricos. Em particular, para os cenários  $\Lambda$ CDM [Fig. (6.1), esquerda] e DGP [Fig. (6.3), esquerda] os contornos de  $\chi^2$  para os dados de

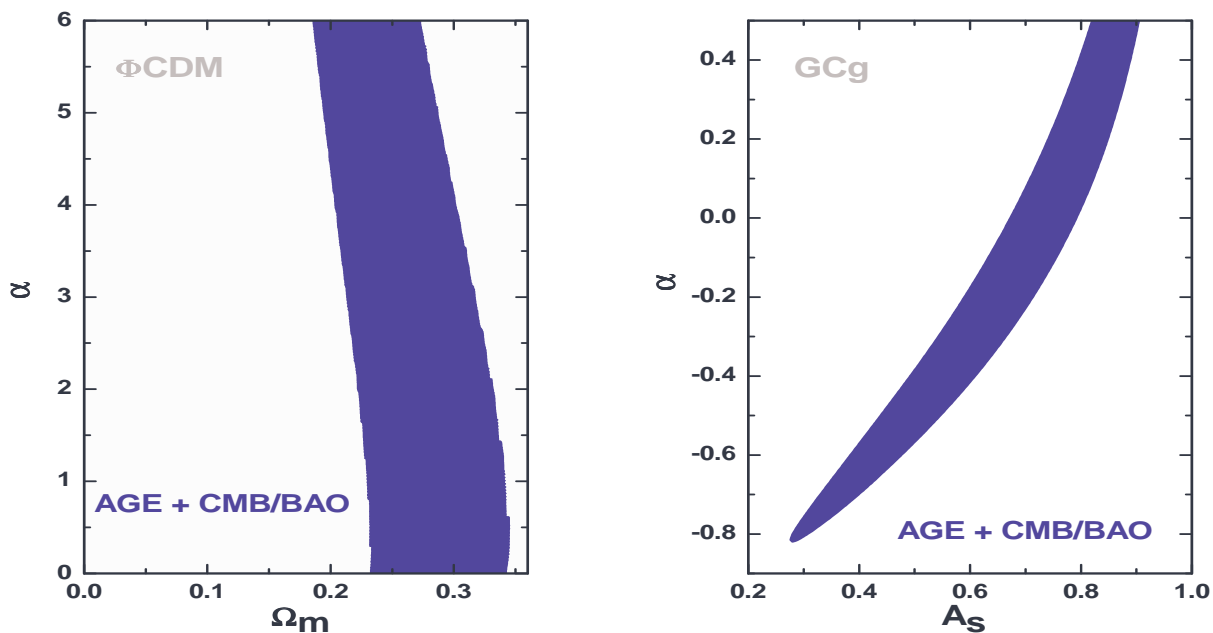


Figura 6-2: Contornos de  $\chi^2$  para duas cosmologias aceleradas discutidas no Cap. 2. Figura da esquerda, mostra o modelo  $\phi$ CDM espacialmente plano com  $V(\phi) \propto \phi^{-\alpha}$ , enquanto que a figura da direita é para o caso do gás de Chaplygin generalizado. Os contornos são calculados para  $\Delta\chi^2 = 6.17$  ( $2\sigma$ ). Para  $\alpha = 0$  o modelo espacialmente plano  $\phi$ CDM se reduz ao caso  $\Lambda$ CDM espacialmente plano.

idade- $z$  + RCF/BAO são aproximadamente ortogonais, resultando num vínculo cosmológico bastante restritivo (veja também as Refs. [159, 80]).

A área hachurada na Fig. 6.3 (direita), para o caso da quintessence acoplada, corresponde à restrições termodinâmicas sobre o parâmetro de interação ( $\epsilon_0 \geq 0$ ) discutidos por Alcaniz & Lima na Ref. [103]. De acordo com outras análises recentes [170, 171], nós notamos que metade do intervalo de  $2\sigma$  para  $\epsilon_0$  encontra-se na região negativa, o que significa que o fluxo de energia da energia escura para matéria escura é permitido a partir destas combinações de dados [veja as Eq. 2.22].

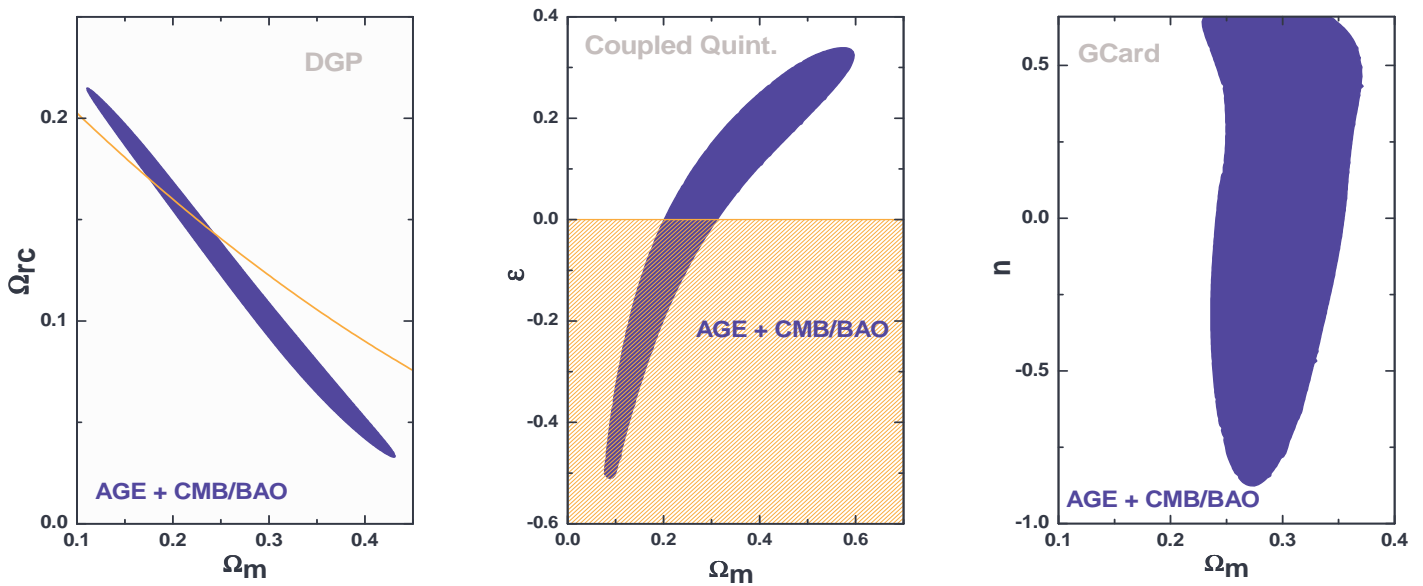


Figura 6-3: Contornos de  $\chi^2$  para modelos de DGP (esquerda), quintessência acoplada espacialmente plano (centro), e cardassiano generalizado (direita). A área sombreada no painel esquerdo (quintessência acoplada) corresponde às restrições termodinâmicas sobre o parâmetro de interação ( $\epsilon_0 \geq 0$ ) discutido por Alcaniz & Lima [103]. A linha laranja da figura da esquerda (DGP) demarca os modelos espacialmente planos.

## 6.4 Seleção de Modelos

Após estimarmos os parâmetros livres de todos os cenários analisados, podemos aplicar os critérios de informação de seleção de modelos apresentados na Seção (3.8). Nas Tabela (6.1) e (6.2), temos a coleção de valores de  $\chi^2$  reduzido e os melhores ajustes dos modelos estudados para as análises envolvendo idade- $z$  e idade- $z$  + RCF/BAO.

A Tabela (6.3) mostra um resumo dos resultados dos critérios de seleção de modelos para o teste de idade- $z$ . O melhor modelo a partir destes critérios é o cenário DGP espacialmente plano. Este resultado está em contraste com diversas análises anteriores, com excessão dos resultados da Ref. [121] que tem como base a amostra de SNe Ia do SDSS e os dados da razão RCF/BAO discutidos acima.

Seguindo a regra para o BIC discutido no Capítulo 3, notamos que existe

uma única evidência positiva a favor do cenário de melhor ajuste em relação à maioria dos modelos considerados ( $\Delta\text{BIC} \simeq 2$ ). As exceções são o DGP com curvatura espacial arbitrária ( $\Delta\text{BIC} = 4.11$ ) e o cenário de expansão cardassiana generalizada ( $\Delta\text{BIC} = 7.40$ ), onde a evidência a favor do modelo de melhor ajuste é consideravelmente mais forte.

Estes resultados são bastante modificados quando os dados da razão RCF/BAO são adicionados à análise (Tabela 6.4). O modelo de melhor ajuste é o cenário  $\Lambda\text{CDM}$  espacialmente plano e há agora uma evidência muito forte somente contra ao modelo cardassiano generalizado plano ( $\Delta\text{BIC} = 6.54$ ). Também vale mencionar que cinco [ $\Lambda(t)\text{CDM}$ , DGP, GC, GCG,  $\phi\text{CDM}$ ] das sete cosmologias alternativas consideradas neste trabalho não podem ser descartadas por estas combinações de dados. Os resultados encontrados nestas análises conjuntas refletem a complementaridade entre medidas de idade- $z$  e da razão RCF/BAO e confirma a nossa argumentação inicial para uma análise conjunta envolvendo observações cosmológicas baseadas em medidas de tempo e de distância.

## 6.5 Sumário

Neste Capítulo, nós desenvolvemos o teste estatístico para a idade- $z$  marginalizando as análises para o tempo de incubação para cada galáxia da amostra. Também analisamos vários cenários alternativos (energia escura e gravidade modificada) e mostramos que alguns deles não apenas sobrevivem à investigação mas, em alguns casos, proporcionam um ajuste melhor aos dados do que o cenário cosmológico padrão atual. Dentre os cenários cosmológicos analisados, pelo menos um (GCard) pode ser descartado à luz dos dados atuais.

Tabela 6.1: Resultados dos melhores ajustes com os dados de idade.

Modelo	$\chi_{red}^2$	Par. livres		
$\omega$ CDM plano	26.639	$\Omega_m = 0.079$	$\omega = -0.620$	
$\Lambda$ CDM plano	27.082	$\Omega_m = 0.235$		
$\Lambda$ CDM	26.704	$\Omega_m = 0.001$	$\Omega_\Lambda = 0.439$	
DGP plano	26.139	$\Omega_m = 0.053$		
DGP	26.784	$\Omega_m = 0.0$	$\Omega_{rc} = 0.100$	
$\phi$ CDM plano	27.592	$\Omega_m = 0.278$	$\epsilon = 0.04$	
Chaplygin	28.042	$A_c = 0.90$		
Chaplygin Gen.	26.650	$A_s = 0.579$	$\alpha = -0.965$	
Cardassiano Gen.	26.602	$\Omega_m = 0.155$	$n = 0.41$	$q = 2$
Quint. Acopl.	26.651	$\Omega_m = 0.374$	$\epsilon = 1.499$	

Tabela 6.2: Resultados dos melhores ajustes com a análise combinada, os dados idade e RCF/BAO.

Modelo	$\chi_{red}^2$	Par. livres		
$\omega$ CDM plano	27.937	$\Omega_m = 0.279$	$\omega = -1.220$	
$\Lambda$ CDM plano	28.326	$\Omega_m = 0.291$		
$\Lambda$ CDM	27.645	$\Omega_m = 0.249$	$\Omega_\Lambda = 0.779$	
DGP plano	29.317	$\Omega_m = 0.279$		
DGP	27.468	$\Omega_m = 0.169$	$\Omega_{rc} = 0.180$	
$\phi$ CDM plano	27.592	$\Omega_m = 0.278$	$\epsilon = 0.04$	
Chaplygin	29.652	$A_c = 0.96$		
Chaplygin Gen.	27.870	$A_s = 0.864$	$\alpha = 0.469$	
Cardassiano Gen.	27.814	$\Omega_m = 0.29$	$n = 0.15$	$q = 2$
Quint. Acopl.	27.490	$\Omega_m = 0.169$	$\epsilon = -0.165$	

Tabela 6.3: Sumário dos resultados do critério de seleção para análise envolvendo idade- $z$ .

Modelo	$k^1$	$\Delta AIC^2$	$\Delta BIC^2$
$\omega$ CDM plano	2	(5) 2.78	3.97 (4)
$\Lambda$ CDM plano	1	(3) 0.94	0.94 (2)
$\Lambda$ CDM	2	(8) 2.85	4.03 (7)
DGP plano	1	(1) 0.00	0.00 (1)
DGP	2	(2) 0.93	4.11 (8)
$\phi$ CDM plano	2	(7) 2.80	3.99 (6)
Chaplygin	1	(4) 1.91	1.90 (3)
Chaplygin Gen.	2	(6) 2.79	3.98 (5)
Cardassiano Gen.	3	(9) 4.58	7.40 (9)
Quint. Acopl.	2	(6) 2.79	3.98 (5)

Tabela 6.4: Sumário dos resultados do critério de seleção para a análise conjunta idade- $z$  e RCF/BAO.

Modelo	$k^1$	$\Delta AIC^2$	$\Delta BIC^2$
$\omega$ CDM Plano	2	(9) 1.87	3.14 (9)
$\Lambda$ CDM plano	1	(1) 0.00	0.00 (1)
$\Lambda$ CDM	2	(7) 1.58	2.85 (6)
DGP plano	1	(5) 1.45	3.00 (7)
DGP	2	(4) 1.40	2.67 (3)
$\phi$ CDM plano	2	(6) 1.52	2.80 (5)
Chaplygin	1	(3) 1.33	1.54 (2)
Chaplygin Gen.	2	(8) 1.80	3.07 (8)
Cardassiano Gen.	3	(10) 4.23	6.54 (10)
Quint. Acopl.	2	(2) 1.04	2.69 (4)

<sup>1</sup>Números de parâmetros.

<sup>2</sup>Os números nos parênteses é a classificação dos modelos para os mais baixos AIC e BIC.

# Capítulo 7

## Conclusões e Perspectivas

### Futuras

Nas últimas décadas, um número crescente de resultados observacionais vem revolucionando a cosmologia e também permitindo novos caminhos para um melhor entendimento acerca do comportamento da energia escura. Entretanto, como é bem conhecido, a maioria dos métodos empregados para impor limites sobre os parâmetros livres dos cenários padrão e alternativos, são baseados essencialmente em medidas de distância a uma classe particular de objetos ou a réguas físicas (SNe Ia, RCF, aglomerados de galáxias, rádio galáxias etc.). Neste sentido, é também particularmente importante obter limites independentes sobre o comportamento físico da energia escura, assim como sobre os outros parâmetros cosmológicos, a partir da física envolvida em diferentes tipos de observações.

No Capítulo 5, nós estudamos restrições sobre o espaço de parâmetro  $\Omega_m - \omega$  a partir de medidas de idades de galáxias em altos- $z$ , como fornecido recentemente pela amostra do Gemini Deep Deep Survey [28, 29]. Transformamos os dados do GDDS em estimativas de lookback time (utilizando estimativas atuais da idade total do Universo a partir dos dados de EGE e da RCF [29]) e discutimos quantitativamente como os dados de idades atuais restringem a EE que descreve a energia escura  $\omega$ . Mostramos que, embora permitindo um intervalo grande



para  $\omega$  (semelhantemente aos dados atuais de SNe Ia [17]), estas estimativas de LT preferem valores de  $\omega > -1$  (melhor ajuste) e restringem o parâmetro da densidade de matéria em  $\Omega_m \leq 0.35$  em  $2\sigma$ . Os limites mais restritivos no espaço paramétrico  $\Omega_m - \omega$  são obtidos quando as medidas de idades e distâncias são combinadas em uma análise estatística conjunta. Neste caso, utilizamos o LT junto com as observações de SNe Ia e EGE, encontramos  $\Omega_m = 0.27 \pm 0.02$  e  $\omega = -1.0^{+0.12}_{-0.11}$  em 95.4% que, embora sendo compatível com os casos de quintessência ( $\omega > -1$ ) e *phantom* ( $\omega < -1$ ), favorece claramente o comportamento do tipo constante cosmológica.

Ainda no Capítulo 5, através da ampliação e atualização dos resultados das idades de galáxias, estudamos as restrições atuais no espaço paramétrico  $\Omega_m - \omega$  a partir de idade de galáxias em altos- $z$ . Utilizando uma amostra de 32 galáxias distribuídas ao longo do intervalo de *redshift*  $0.11 \leq z \leq 1.84$ , transformamos medidas de idade em estimativas de LT (utilizando os valores atuais para a idade total do Universo a partir dos dados de RCF) e, quantitativamente, discutimos como esses dados podem restringir os espaços paramétricos  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$  e  $\Omega_m - \omega$ . Nós mostramos que os dados de LT podem impor limites sobre os parâmetros cosmológicos com uma precisão competitiva com métodos de SNe Ia [ver, por exemplo, Figs. (5.9)]. Devido à complementaridade entre as medidas de LT (idade) e BAO (distância), os nossos melhores resultados são obtidos quando as análises conjuntas envolvendo esses dois observáveis são executadas. Ao assumirmos  $\omega = -1$  ( $\Lambda$ CDM) com curvatura arbitrária, encontramos  $\Omega_m = 0.24 \pm 0.02$  e  $\Omega_\Lambda = 0.69 \pm 0.08$  em 95.4% (CL), que claramente favorece um universo aproximadamente plano, com  $\Omega_k \simeq 0.07$ . Para um modelo espacialmente plano dominado por uma componente de pressão negativa, com EE uma constante, encontramos  $0.25 \leq \Omega_m \leq 0.29$  e  $-1.21 \leq \omega \leq -0.88$  (95,4% CL), que novamente está próximo ao tão chamado cenário de concordância cósmica.

No Capítulo 6, nós investigamos a viabilidade observacional das cosmologias alternativas à luz dos dados observacionais atuais. Em contraste com a maioria das análises recentes, que têm, essencialmente, como base medidas de

distância para uma classe particular de objetos ou regras físicas, nós utilizamos medidas complementares envolvendo dados de tempo (idade- $z$ ) e de distância (RCF/BAO). Mostramos que alguns modelos alternativos não apenas sobrevivem à investigação, mas em alguns casos proporcionam um melhor ajuste aos dados do que o cenário cosmológico padrão atual  $\Lambda$ CDM [veja as tabelas (6.1), (6.2), (6.3) e (6.4)]. Estes resultados estão de acordo com análises recentes utilizando SNe Ia mais dados de RCF/BAO (veja por exemplo, [121]) e reforça a necessidade de investigações diversas sobre os mecanismos alternativos da aceleração cósmica.

Nós enfatizamos a importância de medidas mais precisas de idade de objetos altos- $z$ . Enquanto os dados atuais idades- $z$  por si só não são capazes de discriminar fortemente entre diferentes modelos cosmológicos, observações futuras fornecendo um novo conjunto de maior qualidade de medidas de idade em altos *redshifts* (R. Jimenez, comunicação pessoal, 2009) serão muito úteis no estreitamento da gama de modelos cosmológicos viáveis.

Finalmente, nós pretendemos, numa análise futura, utilizar a técnica de Monte Carlo para simular amostras de idade de galáxias baseadas em futuros levantamentos como, por exemplo, o projeto *Javalambre PAU Astrophysical Survey* (J-PAS). Isto não somente servirá para testar cenários cosmológicos a partir dos testes desenvolvidos aqui mas também para construir uma amostra da taxa de expansão do Universo  $H(z)$ .

# Apêndice A

## Marginalização do *Lookback Time*

Neste apêndice, apresentaremos a marginalização analítica para o teste de *lookback time - redshift* utilizada no Capítulo 5 considerando um número  $N$  de galáxias.

Da Eq. (5.2), temos que

$$\chi_{LT_i}^2 = \sum_i^N \frac{[t_L(z_i; \mathbf{p}) - t_L^{obs}(z_i; \tau_i)]^2}{\sigma_{\mathbb{T}}^2} + \frac{[t_o(\mathbf{p}) - t_o^{obs}]^2}{\sigma_{t_o^{obs}}^2}, \quad (\text{A.1})$$

onde  $\sigma_{\mathbb{T}}^2 \equiv \sigma_i^2 + \sigma_{t_o^{obs}}^2$ ,  $\sigma_i^2$  é a incerteza no *lookback time* individual correspondente a  $i^{\text{th}}$  galáxia da nossa amostra e  $\sigma_{t_o^{obs}}$  é a incerteza na idade do Universo. Como o termo correspondendo ao *prior* na idade total do Universo não depende do tempo de incubação, podemos definir o  $\chi_{LT_i}^2$  como

$$\chi_{LT_i}^2 = \sum_i^N \frac{[t_L(z_i; \mathbf{p}) - t_L^{obs}(z_i; \tau_i)]^2}{\sigma_{\mathbb{T}}^2}. \quad (\text{A.2})$$

Utilizando a definição  $t_L^{obs}(z_i; \tau_i) = t_o^{obs} - t_i(z_i) - y_i$  [Eq. (4.25)]<sup>1</sup>, temos que

$$\chi_{LT_i}^2 = \sum_i^N \frac{[t_L(\mathbf{p}, z_i) - t_o^{obs} + t_i(z_i) + y_i]^2}{\sigma_{\mathbb{T}}^2}. \quad (\text{A.3})$$

---

<sup>1</sup>Aqui, para facilitar a notação, utilizamos a variável  $y$  ao invés de  $\tau$ .

Definindo ainda  $t_L(\mathbf{p}, z_i) - [t_o^{obs} - t_i(z)] = \Delta_i$  e substituindo na equação acima, obtemos

$$\begin{aligned}
\chi_{LT_i}^2 &= \sum_i^N \frac{[\Delta_i + y_i]^2}{\sigma_T^2} \\
&= \sum_i^N \frac{\Delta_i^2 + 2y_i\Delta_i + y_i^2}{\sigma_T^2} \\
&= \sum_i^N \frac{\Delta_i^2}{\sigma_T^2} + \sum_i^N \frac{2y_i\Delta_i}{\sigma_T^2} + \sum_i^N \frac{y_i^2}{\sigma_T^2}.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Para  $N = 2$ , temos

$$\chi_{LT_i}^2 = \left( \frac{\Delta_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\Delta_2^2}{\sigma_2^2} \right) + \left( \frac{2\Delta_1 y_1}{\sigma_1^2} + \frac{2\Delta_2 y_2}{\sigma_2^2} \right) + \left( \frac{y_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{y_2^2}{\sigma_2^2} \right) \tag{A.5}$$

A marginalização pode ser obtida analiticamente pela definição de uma função log-probabilidade modificada, ou seja,

$$\tilde{\chi}_{LT_i}^2 = -2 \ln \mathcal{L}, \tag{A.6}$$

onde  $\mathcal{L} = \int_0^\infty dy_i \exp\left(-\frac{1}{2}\chi_{LT_i}^2\right)$ . Note ainda que o limite da integral é sempre positivo, uma vez que  $y_i$  é uma variável temporal. Assim,

$$\begin{aligned}
\tilde{\chi}_{LT_i}^2 &= -2 \ln \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\Delta_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\Delta_2^2}{\sigma_2^2}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\frac{2\Delta_1 y_1}{\sigma_1^2} + \frac{2\Delta_2 y_2}{\sigma_2^2}\right) + \left(\frac{y_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{y_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right]\right\} dy_1 dy_2,
\end{aligned} \tag{A.7}$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
\tilde{\chi}_{LT_i}^2 &= \left(\frac{\Delta_1^2}{\sigma_1^2}\right) + \left(\frac{\Delta_2^2}{\sigma_2^2}\right) - 2 \ln \left[ \int_0^\infty \exp\left(\frac{-\Delta_1 y_1}{\sigma_1^2} - \frac{y_1^2}{2\sigma_1^2}\right) dy_1 \right. \\
&\quad \left. \times \int_0^\infty \exp\left(\frac{-\Delta_2 y_2}{\sigma_2^2} - \frac{y_2^2}{2\sigma_2^2}\right) dy_2 \right].
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Atribuindo os seguintes valores às variáveis

$$A_1 = \frac{\Delta_1^2}{\sigma_1^2}; \quad A_2 = \frac{\Delta_2^2}{\sigma_2^2} \Rightarrow A_i = \frac{\Delta_i^2}{\sigma_i^2},$$

$$B_1 = \frac{\Delta_1}{\sigma_1^2}; \quad B_2 = \frac{\Delta_2}{\sigma_2^2} \Rightarrow B_i = \frac{\Delta_i}{\sigma_i^2},$$

$$C_1 = \frac{1}{\sigma_1^2}; \quad C_2 = \frac{1}{\sigma_2^2} \Rightarrow C_i = \frac{1}{\sigma_i^2},$$

temos, da Eq. (A.8),

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{LT_i}^2 &= \sum_i^N A_i - 2 \ln \left\{ \int_0^\infty \exp \left[ - \left( B_1 y_1 + \frac{c_1 y_1^2}{2} \right) \right] dy_1 \right. \\ &\quad \left. \times \int_0^\infty \exp \left[ - \left( B_2 y_2 + \frac{c_2 y_2^2}{2} \right) \right] dy_2 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Definindo

$$\lambda_1 = \frac{B_1}{\sqrt{2C_1}} \quad \text{e} \quad \lambda_2 = \frac{B_2}{\sqrt{2C_2}},$$

e substituindo na Eq. (A.9), encontramos

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{LT_i}^2 &= \sum_i^N A_i - \left[ \left( \frac{B_1^2}{C_1} \right) + \left( \frac{B_2^2}{C_2} \right) \right] - 2 \ln \left\{ \int_0^\infty \exp \left[ - \left( \sqrt{\frac{C_1}{2}} y_1 + \frac{B_1}{\sqrt{2C_1}} \right) \right] dy_1 \right. \\ &\quad \left. \times \int_0^\infty \exp \left[ - \left( \sqrt{\frac{C_2}{2}} y_2 + \frac{B_2}{\sqrt{2C_2}} \right) \right] dy_2 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Introduzindo uma nova variável,  $u_1 = \sqrt{\frac{C_1}{2}} y_1 + \frac{B_1}{\sqrt{2C_1}}$ , e substituindo na Eq. (A.10), temos que

$$\begin{aligned}\tilde{\chi}_{LT_i}^2 &= \sum_i^N A_i - \sum_i^N \frac{B_i^2}{C_i} - 2 \ln \left[ \sqrt{\frac{2}{C_1}} \cdot \sqrt{\frac{2}{C_2}} \right] \\ &\quad - 2 \ln \int_{\lambda_1}^{\infty} \exp(-u_1^2) du_1 \cdot \int_{\lambda_2}^{\infty} \exp(-u_2^2) du_2, \quad (\text{A.11})\end{aligned}$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}\tilde{\chi}_{LT_i}^2 &= \sum_i^N A_i - \sum_i^N \frac{B_i^2}{C_i} - 2 \ln \left[ \prod_i^N \sqrt{\frac{2}{C_i}} \right] \\ &\quad - \left[ 2 \ln \frac{\sqrt{\pi}}{2} + 2 \ln \operatorname{erfc}(\lambda_1) + 2 \ln \frac{\sqrt{\pi}}{2} + 2 \ln \operatorname{erfc}(\lambda_2) \right], \quad (\text{A.12})\end{aligned}$$

onde  $\operatorname{erfc}(\lambda)$  é a função erro complementar da variável  $\lambda$ . Generalizando a expressão acima para  $N$  galáxias, temos que o  $\chi^2$  total resulta em

$$\begin{aligned}\tilde{\chi}_{LT_i}^2 &= \sum_i^N A_i - \sum_i^N \frac{B_i^2}{C_i} + \sum_i^N D_i - 2 \ln \left[ \prod_i^N \sqrt{\frac{2}{C_i}} \right] \\ &\quad - 2N \ln \frac{\sqrt{\pi}}{2} - 2 \ln \left[ \prod_1^N \operatorname{erfc}(\lambda_i) \right], \quad (\text{A.13})\end{aligned}$$

onde  $D_i$  é o segundo termo do lado direito da Eq. (A.1). A equação acima corresponde exatamente à Eq. (5.4), apresentada no Capítulo 5. Note ainda que para um caso mais simples, com uma única marginalização, a Eq. (A.13) reduz-se a

$$\tilde{\chi}_{LT}^2 = A - \frac{B^2}{C} + D - 2 \ln \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2C}} \operatorname{erfc} \left( \frac{B}{\sqrt{2C}} \right) \right], \quad (\text{A.14})$$

onde

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta^2}{\sigma_{\text{T}}^2}, \quad B = \sum_i^n \frac{\Delta}{\sigma_{\text{T}}^2}, \quad \text{e} \quad C = \sum_i^n \frac{1}{\sigma_{\text{T}}^2}.$$

A Eq. (A.14) foi utilizada nas análises da primeira parte do Capítulo 5.

# Apêndice B

Neste apêndice, discutiremos os principais resultados das Refs.

- Pigozzo C., Dantas M. A., Carneiro S. & Alcaniz J. S., 2008, Phys. Rev. D77, 083504 [36];
- Carneiro S., Dantas M. A., Pigozzo C. & Alcaniz J. S. Submetido ao PLB, arxiv:1007.5290 [39].

Nelas, a viabilidade observacional de uma classe de cenários cosmológicos com decaimento do vácuo é testada. Nessa classe de modelos, a densidade de energia do vácuo decai linearmente com o parâmetro de Hubble,  $\Lambda \propto H$ .

## B.1 O Modelo $\Lambda(t)$

Para uma geometria de FRW espacialmente plana, a primeira equação de Friedmann e de conservação podem ser escrita, respectivamente, como

$$\rho_T = 3H^2, \tag{B.1}$$

e

$$\dot{\rho}_T + 3H^2(\rho_T + p_T) = 0. \tag{B.2}$$

Considerando que o fluido cósmico é composto de matéria com densidade de energia  $\rho_m$  e pressão  $p_m$ , e de um termo de vácuo dependente do tempo com densidade de energia  $\rho_\Lambda = \Lambda$  e pressão  $p_\Lambda = -\Lambda$ , temos que

$$\dot{\rho}_m + 3H^2(\rho_m + p_m) = -\dot{\Lambda}. \quad (\text{B.3})$$

Em nossas análises, nós assumimos que os bárions são conservados separadamente. Isso significa que vamos postular uma equação de conservação para a componente bariônica, ou seja,  $\dot{\rho}_b + 3H(\rho_b + p_b) = 0$ , onde  $\rho_b$  e  $p_b$  referem-se, respectivamente, à densidade e pressão dos bárions.

A partir da Eq. (B.3), e considerando o nosso *ansatz*  $\Lambda = \sigma H$  ( $\sigma$  é uma constante positiva), temos

$$2\dot{H} + 3H^2 - \sigma H = 0. \quad (\text{B.4})$$

Com a condição  $H > 0$  e  $\rho_m > 0$ , a integração da equação acima fornece a seguinte expressão para o fator de escala,

$$a(t) = C [\exp(\sigma t/2) - 1]^{\frac{2}{3}}, \quad (\text{B.5})$$

onde  $C$  é a constante de integração. A partir destas equações, é fácil mostrar que para tempos pequenos a equação anterior reduz-se à solução de Einstein-de Sitter, enquanto que para um tempo futuro, um universo de de Sitter é obtido.

Como mencionado anteriormente,  $\Lambda = \sigma H$  e, portanto,  $\rho_m = 3H^2 - \sigma H$ . Utilizando a solução da Eq. (B.5), podemos também mostrar que

$$\rho_m = \frac{\sigma^2 C^3}{3a^3} + \frac{\sigma^2 C^{3/2}}{3a^{3/2}}, \quad (\text{B.6})$$



e

$$\Lambda = \frac{\sigma^2}{3} + \frac{\sigma^2 C^{3/2}}{3a^{3/2}}. \quad (\text{B.7})$$

Os primeiros termos nas duas expressões acima são as leis de escala esperadas para a densidade de matéria e da constante cosmológica ( $\Lambda \equiv \text{cte.}$ ), enquanto que os segundos estão relacionados com a variação temporal da densidade de vácuo e da produção de matéria. Como esperado, nos primórdios do Universo, a matéria domina com a sua densidade escalando com  $a^{-3}$ , e o processo de produção de massa é desprezível. Por outro lado, em um tempo tardio, o termo de vácuo domina, como deveria ser em um universo de Sitter.

A partir das Eqs. (B.1), (B.6) e (B.7), a evolução do parâmetro de Hubble como função do *redshift* pode ser escrita como

$$H(z) = H_0 \left[ 1 - \Omega_m + \Omega_m (1+z)^{3/2} \right], \quad (\text{B.8})$$

Note que, devido à produção de matéria, esta expressão é diferente do que encontramos no contexto padrão  $\Lambda$ CDM. Em particular, se  $\Lambda = 0$  e  $\Omega_m = 1$ , nós obtemos  $H(z) = H_0(1+z)^{3/2}$ , fornecendo  $\rho_m = 3H_0^2(1+z)^3$ , como esperado para o caso de Einstein-de Sitter.

## B.2 Análises e Resultados

A superposição das regiões de confiança (68.3%, 95.4% e 99.7%) mostrado na Fig. (B.1) corresponde à nossa análise envolvendo medidas de distâncias de SNe Ia (SNLS), BAO e RCF. Para efeito de comparação, o painel da direita mostra a mesma análise para o modelo padrão  $\Lambda$ CDM. A partir destas análises, notamos que embora não muito restritivas e paralela ao contornos SNe Ia, as bandas de

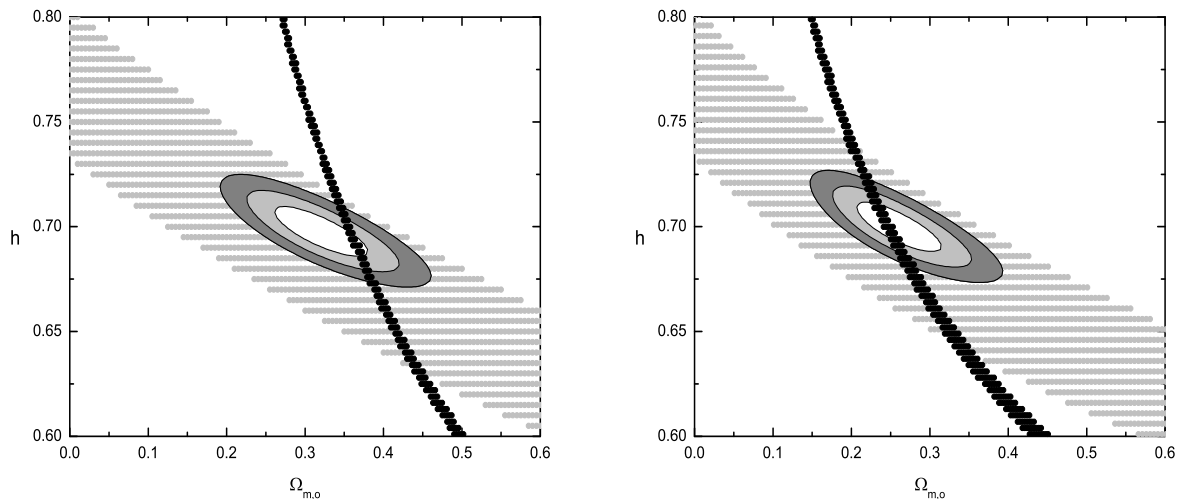


Figura B-1: **Esquerda)** Superposição das regiões de confiança (68.3%, 95.4% e 99.7%) no plano  $\Omega_m - h$  para nossas análises envolvendo dados de SNe Ia (*SNLS*), BAO e RCF. **Direita)** A mesma análise é feita para o modelo  $\Lambda$ CDM espacialmente plano. Os contornos correspondem aos vínculos provenientes das observações de SNe Ia, enquanto as bandas cinza e preta correspondem, respectivamente, às restrições de BAO e RCF.

BAO podem ser estatisticamente combinados com os dados SNe Ia e oferecer restrições ao plano  $\Omega_m - H_0$ .

Em  $2\sigma$ , encontramos  $h = 0.70 \pm 0.01$  e  $\Omega_m = 0.32 \pm 0.05$ , com  $\chi_{red}^2$  da ordem  $\chi_{red}^2 \simeq 1.00$ . A inclusão de dados de RCF em nossa análise, além de tornar a análise mais completa e mais restritiva, também mostra que a concordância é tão boa quanto no caso  $\Lambda$ CDM, e que o modelo  $\Lambda(t)$ CDM discutido aqui não pode ser descartado. A Figura (B.2) mostra os resultados da nossa análise conjunta [SNe Ia (*SNLS*) + BAO + RCF]. Em  $2\sigma$ , encontramos  $h = 0.69 \pm 0.01$  e  $\Omega_m = 0.36 \pm 0.01$ , com  $\chi_{red}^2 = 1.01$ . Por motivo de comparação, a mesma análise para o caso  $\Lambda$ CDM é também mostrados no painel direito da Figura (B.2).

Finalmente, com os valores acima dos melhores ajustes dos parâmetros, podemos calcular a idade total de expansão para esta classe de modelos  $\Lambda(t)$ CDM,

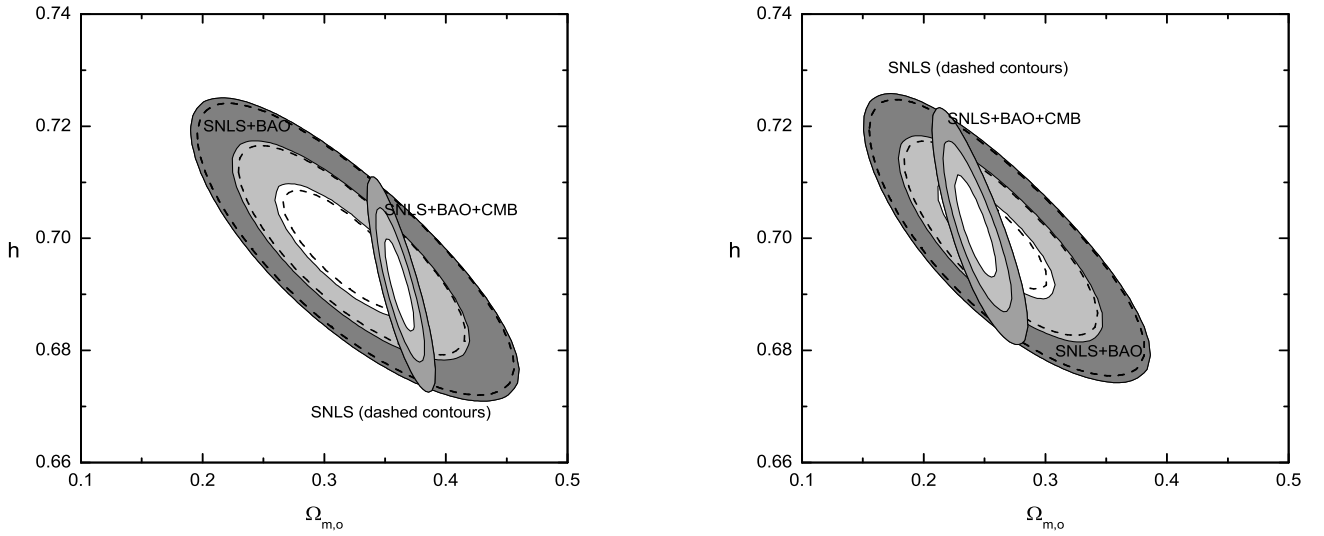


Figura B-2: **Esquerda)** Regiões de confiança (68.3%, 95.4% e 99.7%) no plano  $\Omega_m - h$  para a análise conjunta envolvendo dados de SNe Ia (SNLS), BAO e RCF. Como indicado, a linha tracejada representam os resultados de SNe Ia da Ref. [188]. Em ambos os painéis, o maior contorno representa a análise conjunta das medidas de SNe Ia + BAO, enquanto que os contornos menores surgem quando os dados de RCF são acrescentados na análise. **Direita)** A mesma análise para o modelo  $\Lambda$ CDM espacialmente plano.

dada por

$$t_0 = H_0^{-1} \frac{2/3 \ln(\Omega_m)}{\Omega_m - 1} \simeq 15 \text{Ganos.} \quad (\text{B.9})$$

A Fig. (B.3a) mostra a verossimilhança normalizada de  $\Omega_m$  para o modelo  $\Lambda(t)$ CDM decorrentes da amostra Union2 (curva sólida). Para efeito de comparação, a mesma análise para o caso  $\Lambda$ CDM também é mostrado (curva tracejada). Os resultados da análise combinada (Union2 + RCF + BAO) para ambos os modelos são mostrados na Fig. (B.3b). Para o modelo de decaimento do vácuo, encontramos  $\Omega_m = 0.378^{+0.014}_{-0.012}$  em  $2\sigma$ , o que está em concordância com os resultados obtidos na Ref. [39] utilizando a compilação de dados de SNe Ia do

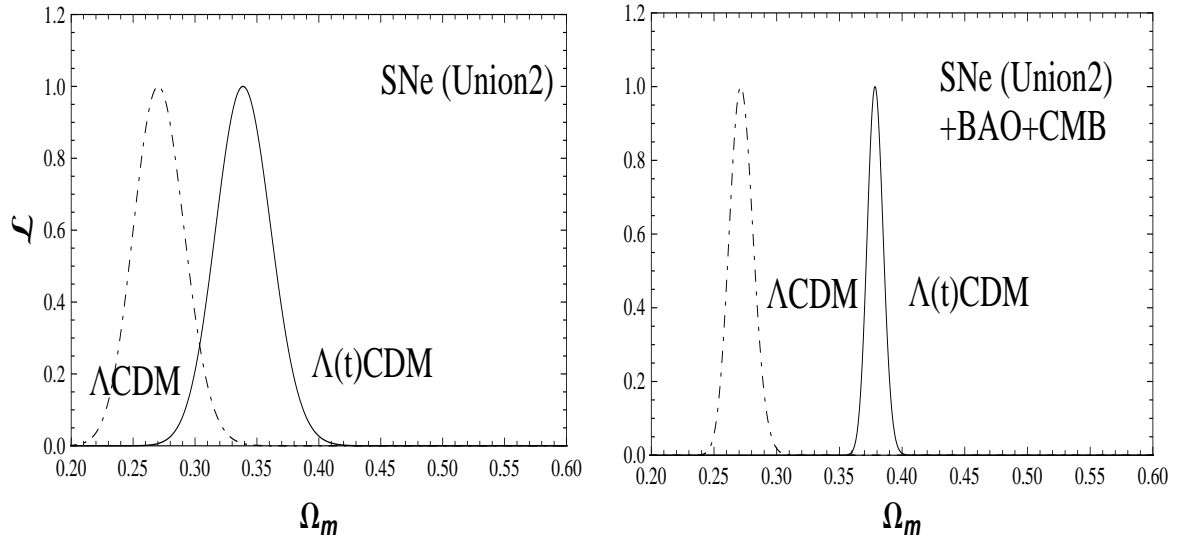


Figura B-3: **a)** Verossimilhança normalizada  $\mathcal{L}$  para  $\Omega_m$  fornecido a partir da amostra de SNe Ia do Union2 para os cenários  $\Lambda(t)$ CDM (curva sólida) e  $\Lambda$ CDM (curva tracejada). **b)** Análise semelhante ao painel (B.3a) para uma análise conjunta envolvendo os conjuntos de dados (SNe Ia Union2 + BAO + RCF).

SNLS. Para o modelo  $\Lambda$ CDM, encontramos um valor muito próximo do chamado cenário de concordância, ou seja,  $\Omega_m = 0.271^{+0.021}_{-0.017}$  ( $2\sigma$ ).

Um aspecto interessante nestas análises é que a estimativa do parâmetro de densidade de matéria para o cenário  $\Lambda(t)$ CDM é consideravelmente maior do que o valor correspondente para o modelo  $\Lambda$ CDM ( $\sim 40\%$ ). Em particular, esta estimativa de  $\Omega_m$  para modelos de decaimento do vácuo é de aproximadamente  $2.5\sigma$  fora do valor central inferida pela aplicação do teorema de virial para dinâmica de aglomerados [189] (veja também [190]), mas apenas  $\sim 0.5\sigma$  fora do valor central obtido através de outros métodos independentes, tais como a média de velocidade peculiar relativa para medidas de pares de galáxias [191].

Nas Figs. (B.4) e (B.5), mostramos estudos similares àqueles apresentados na Fig. (B.3) para a compilação do SDSS com os calibradores de curva de luz do SALT2 [Fig. (B.4)] e do MLCS2k2 [Fig. (B.5)]. Em termos de estimativas de parâmetros, notamos que os resultados encontrados são muito semelhantes para

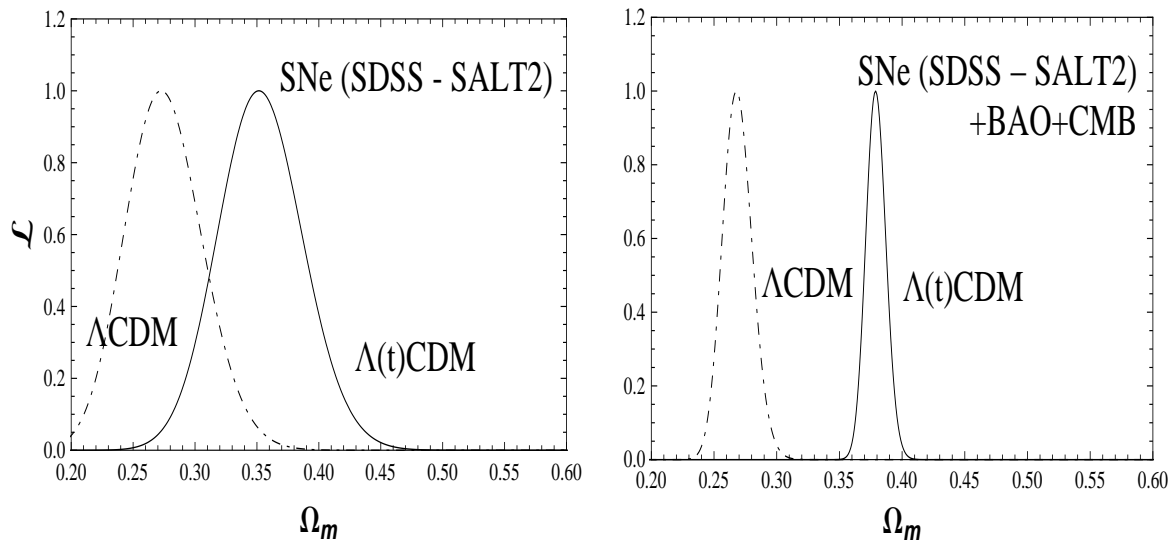


Figura B-4: A mesma análise da Figura (B.3) para os dados de SNe Ia do SDSS com a calibração da curva de luz SALT2.

as amostras Union2 e a compilação SALT2 do SDSS.

Outro aspecto interessante que vale a pena enfatizar é quando comparamos as análises das Figs. (B.4) e (B.5). Nota-se que, embora a única diferença entre essas duas análises é a calibração da curva de luz utilizadas na SNe Ia, os valores estimados do parâmetro cosmológico  $\Omega_m$  são consideravelmente modificados de uma análise para outra. Por exemplo, comparando somente os resultados do teste de SNe Ia, observamos que o valor estimado do parâmetro de densidade de matéria para o modelo  $\Lambda$ CDM aumenta  $\sim 47\%$ , de 0.27 para 0.40 (veja a Tabela B.1). Conclusões similares são também encontradas para a classe de modelos de decaimento do vácuo com  $\Lambda \propto H$ . Neste caso, as estimativas do parâmetro da densidade de matéria aumenta  $\sim 38\%$  para os dados do SDSS com a calibração da curva de luz MLCS2k2, em concordância com estimativas independentes baseadas na distribuição de estrutura em grande escala [192]. Observe que esses valores estimados de  $\Omega_m$  obtidos a partir das análises SDSS

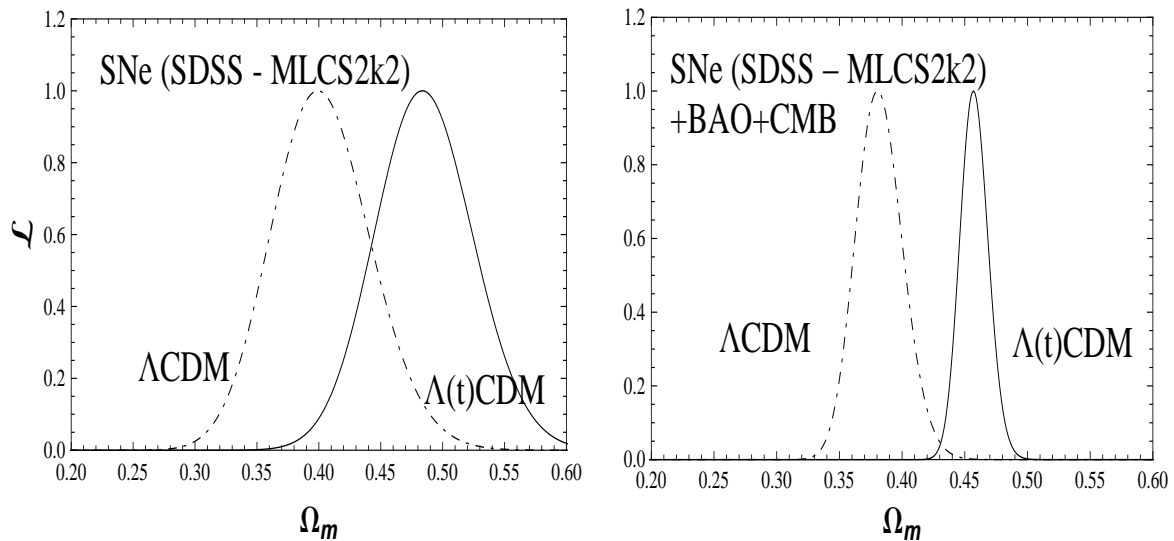


Figura B-5: A mesma análise das Figuras (B.3) e (B.4) para os dados de SNe Ia do SDSS com a curva de luz calibrada pelo MLCS2k2. Comparando as Figuras (B.3) e (B.4), claramente vemos a influência dos calibradores da curva de luz das SNe Ia sobre as estimativas dos parâmetros.

(MLCS2k2) e SDSS (MLCS2k2) + BAO + RCF para ambos os modelos são relativamente grandes, sendo  $\sim 2\sigma$  fora do valor central obtidos com o método de dinâmica de aglomerado mencionado anteriormente.

As Tabelas (B.1) e (B.2) mostram os principais resultados deste trabalho para todos os conjuntos de dados de SNe e análises conjuntas. Por motivo de completeza, também mostramos análises similares para a amostra do *Constitution* de 397 SNe Ia [193]. Para comparar as duas classes de modelos, mostramos também os valores de  $\chi_{min}^2$  e  $\chi_{red}^2$  para cada análise realizada.

### B.3 Sumário

Neste Apêndice, nós estudamos a viabilidade observacional para um cenário cosmológico com decaimento do vácuo. Para isto, utilizamos alguns observáveis

Tabela B.1: Limites para  $\Omega_m$  ( $\Lambda(t)$ CDM).

Teste	$\Omega_m^a$	$\chi_{min}^2$	$\chi_{min}^2/\nu$
Union2.....	$0.339_{-0.043}^{+0.045}$	554.9	0.998
Union2 <sup>b</sup> .....	$0.378_{-0.012}^{+0.014}$	559.6	1.001
SDSS (SALT2).....	$0.352_{-0.065}^{+0.071}$	256.9	0.895
SDSS (SALT2) <sup>b</sup> .....	$0.379_{-0.015}^{+0.017}$	259.3	0.894
SDSS (MLCS2k2).....	$0.484_{-0.075}^{+0.082}$	249.7	0.870
SDSS (MLCS2k2) <sup>b</sup> .....	$0.457_{-0.021}^{+0.024}$	256.4	0.884
Constitution.....	$0.358_{-0.047}^{+0.049}$	477.2	1.205
Constitution <sup>b</sup> .....	$0.447_{-0.016}^{+0.019}$	497.6	1.247

Tabela B.2: Limites para  $\Omega_m$  ( $\Lambda$ CDM)

Teste	$\Omega_m^a$	$\chi_{min}^2$	$\chi_{min}^2/\nu$
Union2.....	$0.270_{-0.038}^{+0.043}$	552.7	0.994
Union2 <sup>b</sup> .....	$0.271_{-0.017}^{+0.021}$	554.5	0.992
SDSS (SALT2).....	$0.273_{-0.057}^{+0.067}$	256.0	0.892
SDSS (SALT2) <sup>b</sup> .....	$0.268_{-0.021}^{+0.025}$	257.5	0.888
SDSS (MLCS2k2).....	$0.399_{-0.072}^{+0.087}$	249.1	0.868
SDSS (MLCS2k2) <sup>b</sup> .....	$0.380_{-0.033}^{+0.041}$	255.8	0.882
Constitution.....	$0.290_{-0.043}^{+0.047}$	475.6	1.201
Constitution <sup>b</sup> .....	$0.354_{-0.025}^{+0.028}$	492.4	1.234

<sup>a</sup> Barras de erros em  $2\sigma$ .

<sup>b</sup> + RCF + BAO.

como: medidas de distâncias de SNe do tipo Ia, BAO e RCF. Também discutimos qualitativamente as diferenças nas estimativas de parâmetros para o cenário  $\Lambda$ CDM e  $\Lambda(t)$ CDM, quando dois tipos de calibradores de curvas de luz, SALT2 e MLCS2k2, foram utilizados para na amostra do SDSS.



# Bibliografia

- [1] Einstein A., 1915, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin: 844-847
- [2] Friedmann A. Z., 1922, Zeitschrift für Physik 10, 377
- [3] Cosmology and Controversy, 1996, The Historical Development of two Theories in the Universe, Helge Kragh, Princeton University Press
- [4] Hubble E., 1929, Proceedings of the Royal Academy of Science 15, 168
- [5] Gamow G., 1946, Phys. Rev. 70, 572
- [6] Penzias A. A. & Wilson R. W., 1965, Astrophys. J. 142, 419
- [7] Gamow G., 1970, My world line, Wiking press, 1st Ed. New York, N. Y.
- [8] Copeland E.J., Sami M. & Tsujikawa S., hep-th/0603057
- [9] Padmanabhan T., 2003, Phys. Rept. 380, 235
- [10] Peebles P. J. E. & Ratra B., 2003, Rev. Mod. Phys. 75, 559
- [11] Alcaniz J. S., 2006, Brazilian Journal of Physics, 36, 1109
- [12] Lima J. A. S., 2004, Brazilian Journal of Physics, 34, 194
- [13] Zeldovich, Ya. B., 1967, JETP Lett. 6, 316

- [14] Riess A. G. *et al.*, 1998, *Astrophys. J.* 116, 1009
- [15] Riess A. G. *et al.*, 2004, *Astrophys. J.* 607, 665
- [16] Permuter S. *et al.*, 1999, *Astrophys. J.* 517, 565
- [17] Astier P. *et al.*, 2006, *Astron. astrop.* 447, 31.
- [18] de Bernardis P. *et al.*, 2000, *Nature (London)* 404, 955
- [19] Spergel D. N. *et al.*, 2003, *ApJS* 148, 175.
- [20] Spergel D. N. *et al.*, 2006. [arXiv:0603.449](https://arxiv.org/abs/0603.449).
- [21] Tedmark M. *et al.*, 1997, *Astrophys. J.* 484 581
- [22] Eisenstein D. J. *et al.*, 2005, *Astrophys. J.* 633, 560
- [23] Krauss L. W. & Turner M.S., 1995, *Gen. Rel. Grav.* 27, 1137
- [24] Chaboyer B., 1996, *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 51, 10
- [25] Jimenez R., 1997, *ASP Conf. Ser.* 126: From Quantum Fluctuations to Cosmological Structures, 126, 411
- [26] Alcaniz J. S. & Lima J. A. S., 1999a, *Astrophys. J.* 521, L87
- [27] Calberg R. G. *et al.*, 2006 *Astrophys. J.* 462. 32
- [28] Abraham R. G. *et al.*, 2004, *AJ* 127, 2455
- [29] McCarthy P. J. *et al.*, 2004, *Astrophys. J.* 614, L9
- [30] Simon J., Verde L. & Jimenez J., 2005, *Phys. Rev.* D71, 123001
- [31] Spergel D. N. *et al.*, 2007, *Astrophys. J. Suppl.* 170, 377

- [32] Dunkley J. *et al.*, 2009, [WMAP Collaboration], *Astrophys. J.* 701, 1804
- [33] Akaike H., 1974, *IEEE Trans. Auto. Control*, 19, 716
- [34] Schwarz G., 1978, *Annals of Statistics* 6, 461-464
- [35] Dantas M. A., Alcaniz J. S., Jain D. & A. Dev, 2007, *Astron. Astrophys.* 467, 421
- [36] Pigozzo C., Dantas M. A., Carneiro S. & Alcaniz J. S., 2008, *Phys. Rev.* D77 083504
- [37] Dantas M. A., Alcaniz J. S. & Pires N. , 2009, *Phys. Lett.* B679, 423
- [38] Dantas M. A., Alcaniz J. S., Mania D. & Bharat Ratra., 2011, *Phys. Lett.* B 699, 239
- [39] Carneiro S., Dantas M. A., Pigozzo C. & Alcaniz J. S., submetido ao *Phys. Lett. B*, arXiv:1007.5290
- [40] Weinberg S.- *Cosmology and Gravitation*, 1972, John Wiley, NY
- [41] Peebles, P. J. E., 1984, *ApJ*, 284, 439
- [42] Freedman W. *et al.*, 2001, *Astrophys. J.* 553. 47
- [43] Freedman W. & Turner M. S., 2003, *Rev. Mod. Phys.* 75 1433-1447
- [44] Riess A. *et al.*, 2009, *Astrophys. J.* 699, 539
- [45] Schramm D. N. & Turner M. S., 1998, *Rev. Mod. Phys.* 70, 303 - 318
- [46] Steigman G., 2004, *Measuring and Modeling the Universe*, 169
- [47] Steigman G., 2006, *The Local Group as an Astrophysical Laboratory*, 16

- [48] Mather J. C. *et al.*, 1999, *Astrophys. J.* 512, 511
- [49] Smoot G. F. *et al.*, 1992, *Astrophys. J.* 396, L1
- [50] Peebles P. J. & Ratra B., 2003, *Reviews of Modern Physics*, 75, 559
- [51] Larson *et al.*, arXiv:1001.4635.
- [52] Hawking S. & Ellis G. F. R. - *The Large Scale Structure of Space-time*, 1973, Cambridge Univ. Press, Cambridge
- [53] Visser M. 1996, *Lorentzian Wormholes*, (AIP Press, New York)
- [54] Carroll S. M., Hoffman M. & Trodden M., 2003, *Phys. Rev. D* 68, 023509
- [55] Frieman J. A. *et al.*, 2008, *Annual Review of Astronomy Astrophysics*
- [56] Peebles P. J. E. & Ratra B., 1988, *Astrophys. J.* 325, L17
- [57] Padmanabhan, T., & Choudhury, T. R. 2002, *Phys. Rev. D* 66, 081301
- [58] Caldwell R. R., 2002, *Phys. Lett. B* 545, 23
- [59] Alcaniz J. S., 2004, *Phys. Rev. D* 69, 083521
- [60] Padmanabhan, 2003, *Phys. Rept.* 380,235
- [61] Copeland E. J *et al.* 2006, *Int. J. Phys.* D15, 1753
- [62] Fay S. & Tavakol, R. 2007, *Phys. Rev. D* 75, 063509
- [63] Tegmark M. *et al.*, 2004, *Phys.Rev. D* 69, 103501
- [64] Komatsu E. *et al.* [WMAP Collaboration], "Seven- Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation", arXiv:1001.4538

- [65] S. W. Hawking e G. R. F. Ellis, 1973, *The Large Scale Structure in the Universe* (Cambridge University Press, Cambridge)
- [66] de Araújo J. C. N., 2005, *Astropart. Phys.* 23, 270
- [67] Ratra B. & Peebles, P. J. E., 1988, *Phys. Rev. D* 37, 3406
- [68] Caldwell R. R., Dave R. & Steinhardt P. J., 1998, *Phys. Rev. Lett.* 80, 1582
- [69] Landau L.D & Lifshitz E. M, 1996, *Classical Theory of Fields*, Butterworth
- [70] Barboza Jr. E. M. & Alcaniz J. S., 2008, *Phys. Lett. B* 666, 415
- [71] Frieman J., Hill C. T., Stebbins, A. & Waga I., 1995, *Phys. Rev. Lett.* 75, 2077
- [72] Brax P. & Martin J., 1999, *Phys. Lett. B* 468, 40
- [73] Zlatev I., Wang L. & Steinhardt P. J., 1999, *Phys. Rev. Lett.* 82, 896
- [74] Sahni V. & Starobinsky A. A., 2000, *Int. J. Mod. Phys.* 9, 373
- [75] Albrecht A. & Skordis C., 2000, *Phys. Rev. Lett.* 84, 2076
- [76] Chen G. & Ratra B., 2003, *ApJ* 582, 586
- [77] Podariu S. & Ratra B., 2000, *ApJ* 532, 109
- [78] Podariu S. *et al.*, 2003, *Astrophys. J.* 584, 577
- [79] Lima J. A. S. & Alcaniz J. S., 2000, *Gen. Rel. Grav.* 9 1851
- [80] Samushia, L. *et al.*, 2009 Constraints on dark energy from the lookback time versus redshift test, arXiv:0906.2734

- [81] Samushia, L., Constraining scalar field dark energy with cosmological observations, PhD Thesis (Kansas State University). arXiv:0908.4597
- [82] Yashar M. *et al.*, 2009, Phys. Rev, D, 79, 103004
- [83] Martin J., 2008, Mod. Phys. Lett. A23, 1252
- [84] Sahni V, 2003, arXiv:0403.324
- [85] Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A., 2004, PRD 70, 083519
- [86] Makler M., de Oliveira S. Q., Waga I., 2003, PRD 68, 123521
- [87] Bertolami O., 2005, Dark Energy - Dark Matter Unification: Generalized Chaplygin Gas Model, 5th International Workshop on New Worlds in Astroparticle Physics, Faro, Portugal, p. 8
- [88] Kamenshchik A. Y., Moschella U., & Pasquier, V., 2001, Phys. Lett. B, 511, 265
- [89] Bilic N., Tupper G. B., & Viollier R. D., 2002, Phys. Lett. B 535,17
- [90] Bento M.C., Bertolami O. & Sen A. A., 2002, Phys. Rev. D, 66,043507
- [91] Komatsu E., *et al.*, 2009, ApJ Suppl., 180, 330
- [92] Amendola, L. *et al.*, 2003, JCAP 0307, 005
- [93] Makler M., Quinet S. & Waga I., 2003, Phys. Lett. B 555, 1
- [94] Lima J. A. S., Cunha J. V. & Alcaniz J. S., 2009, Astropart. Phys. 31, 233
- [95] Sandvik H. B. *et al.*, 2004, Phys. Rev. D 69, 123524
- [96] Ozer M & Taha M. O. 1986, Phys. Lett. B171, 363

- [97] Ozer M & Taha M. O. 1987, Phys. Lett. B287, 776
- [98] Bertolami O, 1986, Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis., B93, 36
- [99] Wang P. & Meng X., 2005, Cass. Quant. Grav. 22, 283
- [100] Alcaniz J. S., 2006, Braz. J. Phys., 36, 1109
- [101] Costa F. E. M. & Alcaniz J. S., 2010, Phys. Rev. D 81, 043506
- [102] Costa F. E. M., 2010, Phys. Rev. D 82, 103527
- [103] Alcaniz, J. S., & Lima, J. A. S., 2005, Phys. Rev. D 72, 063516
- [104] Carneiro S. *et al.*, 2008, Phys. Rev. D 77, 083504
- [105] Caldwell R. R., & Kamionkowski, M. 2009, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 59, 397
- [106] Deffayet C., Dvali G. & Gabadadze G., 2002, Phys. Rev. D 65, 044023
- [107] Fischler W., Kashani-poor A., McNeese R. & Paban, S., 2001, High Energy Phys. 07, 3
- [108] Sahni V. & Shtanov Y. arXiv:0202.346; qr-qc:0205.111
- [109] Peebles P. J. E. & Ratra B. arXiv:0207.347
- [110] Arkani-Hamed N., Dimopoulos S. & Dvali G. R., 1998, Phys. Lett. B 429, 263
- [111] Antoniadis I. *et al.*, 1998, Phys. Lett. B 436, 257
- [112] Shiromizu T., Maeda, K. & Sasaki M., 2000, Phys. Rev. D 62, 024012
- [113] Ichiki K. *et al.*, 2002, Phys. Rev. D 66, 043521

- [114] Freese K., & Lewis, M., 2002, Phys. Lett. B, 540,1.
- [115] Zhu Z. H. & Fujimoto M. K, 2003, Astrophys. J. 585, 52
- [116] Zhu Z. H. & Fujimoto M. K, 2004, Astrophys. J. 602, 12
- [117] Zhang H. & Zhu Z. H., arXiv:0607.531
- [118] Dvali G., Gabadadze G. & Porrati M., 2000, Phys. Lett. B485, 208
- [119] Lue A., 2006, Phys. Rep. 423, 1
- [120] Alcaniz J. S., Jain D. & Dev A., 2003, Phys. Rev. D67, 043514
- [121] Sollerman J. *et al.*, 2009, Astrophys. J. 703, 1374
- [122] Freese K., & Lewis, M., 2002, Phys. Lett. B, 540,1.
- [123] Alcaniz J. S., Dev A. & Jain, D., 2005, Apj, 627, 26.
- [124] Wang Y., et al., 2003, Apj, 594, 25.
- [125] Freese K., 2003, Nuclear Physics B, 124, 50.
- [126] Gondolo P. & Freese K., hep-ph/0209322, hep-ph/0211397.
- [127] Helene O. A. M. & Vanin V. R, 1981, Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental, 2<sup>a</sup> edição
- [128] Lukasiewicz J. B. L., 1970, Selected works. Studies in logic and the foundations of mathematics. North-Holland Pub. Co., Amsterdam
- [129] Loredo T. J., 1990, Maximum Entropy and Bayesian Methods. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht



- [130] Gregory P., 2010, Bayesian Logical Data Analysis for Physical Sciences: A Comparative Approach with Mathematica® Support (Cambridge University Press, Cambridge)
- [131] Press W. H. *et al.*, 2007, Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing (Cambridge University Press, Cambridge)
- [132] Mackay D. J. C., 2003, Information Theory, Interference and learning Algorithms (Cambridge University Press, Cambridge)
- [133] Szydlowsky M. & Kurek A., arXiv:0801.0638
- [134] Liddle A. R., 2004, MNRAS, 251, L49
- [135] Godlowski W. & Szydlowski M., 2005, Phys. Lett. B, 623, 10
- [136] Biesiada M., 2007, J. Cosmol. Astropart. Phys., 0702, 003
- [137] Davis T. M. *et al.*, 2007, ApJ, 666,716
- [138] Sugiura, N. 1978, Commun. Stat. A., Theory and Methods, 7, 13
- [139] Burnham K. P. & Anderson D. R., 2002, Model Selection and Multi-model Inference (2nd ed., Berlin: Springer)
- [140] Reinecke *et al.*, 1999, A & A 347, 739
- [141] Kirshner R. P., arXiv:0910.0257v1
- [142] Leibundgut B., 2001, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 39, 67
- [143] Blinnikov S. *et al.*, 2006, A & A 543, 229
- [144] Phillips M.M. *et al.*, 1999, ApJ, 118, 1766

- [145] Goldhaber G. *et al.*, 2001, *ApJ*, 558, 359
- [146] Jha S., 2002, Tese de Doutorado, Harvard University
- [147] Riess A.G. *et al.*, 1996, *ApJ*, 473, 88
- [148] Nesseris S. & Perivolaropoulos L., *JCAP* 0701, 018 (2007)
- [149] Amanullah R. *et al.*, 2010, *Astrophys. J.* 716, 712
- [150] Bond J. R., Efstathiou G. & Tegmark M., 1997, *MNRAS* 291, L33
- [151] Eisenstein D.J., Seo H. J. & White M., 2007, *Astrophys. J.* 664, 660
- [152] Eisenstein D. J. *et al.*, 2005, *Astrophys. J.* 633, 560
- [153] Blake C. & Glazebrook K., 2003, *Astrophys. J.* 594, 665
- [154] Guy J. *et al.*, 2005, *A & A*, 443, 781
- [155] Kessler R. *et al.*, 2009, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 185, 32
- [156] Sandage A., 1988, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 26. 561
- [157] Capozziello S., Cardone V.F., Funaro M. & Andreon S., 2004, *Phys. Rev. D* 70, 123501.
- [158] Saini T. D. *et al.*, 2000, *Phys. Rev. Lett.* 85, 1162
- [159] Pires N., Zhu Z.-H. & Alcaniz J. S., 2006, *Phys. Rev. D* 73, 123530.
- [160] Percival W. *et al.*, arXiv:0705.3323
- [161] Fioc M. & Rocca-Volmegange B., 1997, *A&A*, 326,950
- [162] Bruzual G. & Magris G., 1997, in *The Hubble Deep Field*. arXiv:9707.154

- [163] Yi S. *et al.*, 2000, *Astrophys. J.* 533, 670.
- [164] Nolan L. A., Dunlop J. S. & Jimenez R., 2001, *MNRAS* 323, 385.
- [165] Friaça A., Alcaniz J.S. & Lima J. A. S., 2005, *MNRAS* 362, 1295.
- [166] Faraoni V., 2002, *Int. J. Mod. Phys. D* 11, 471.
- [167] Feng B., Wang X. & Zhang X., 2005, *Phys. Lett. B* 607, 35.
- [168] Jassal H. K., Bagla J. S., & Padmanabhan T., arXiv:0601.389
- [169] Riess A. G. *et al.*, 2006, arXiv:0611.572
- [170] Bertolami, O., Gil Pedro, F. & Le Delliou, M. 2007, *Phys. Lett. B* 654, 165
- [171] Costa, F. E. M., Barboza, E. M. & Alcaniz, J. S. 2009, *Phys. Rev. D* 79, 127302
- [172] Lima, J. A. S., & Alcaniz, J. S. 1999, 348, 1
- [173] Grande, J., Solà, J., Fabris, J. C., & Shapiro, I. L. 2010, *Class. Quant. Grav.*, 27, 105004
- [174] Chen, Y., et al. 2010, *ApJ*, 711, 439
- [175] Harko, T. 2010, *Phys. Rev. D*, 81, 044021
- [176] Hohmann, M., & Wohlforth, M. N. R. 2010, *Phys. Rev. D*, 81, 104006
- [177] Jamil, M., & Farooq, M. J. 2010, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 1003, 011
- [178] Saridakis, E. N., & Sushkov, S. V. 2010, *Phys. Rev. D*, 81, 083510
- [179] Park, M., Zurek, K. M., & Watson, S. 2010, *Phys. Rev. D*, 81, 124008

- [180] Samushia, L., *et al.*, 2010, Phys. Lett. B 693, 509
- [181] Treu T., *et al.*, 1999, MNRAS, 308, 1037
- [182] Treu T., *et al.*, 2001, MNRAS, 326, 221
- [183] Jimenez R., *et al.*, 2004, MNRAS, 349, 240
- [184] Dunlop J. S., *et al.* 1996, Nature, 381, 581
- [185] Savage C., Sugiyama N. & Freese K., 2005, JCAP 0510, 007
- [186] Doran M. *et al.* 2007, JCAP 0704,015
- [187] Percival W. J., *et al.*, 2010, MNRAS, 401, 2148
- [188] Carneiro S. & Tavakol R., 2009. Gen. Rel. Grav. 41, 2287
- [189] Carlberg R. G *et al.*, 1996, Astrophys. J. 462, 32
- [190] Dekel A., Burstein D. & White S. D., “Measuring Omega”, in Critical Dialogues in Cosmology (proceed- ings of the Princeton 250th Anniversary conference, June 1996), ed. N. Turok (World Scientific)
- [191] Feldman H. A. *et al.* 2003, Astrophys. J. 596, L131
- [192] Borges H. A. *et al.*, 2008. Phys. Rev. D77, 043513
- [193] Hicken M. *et al.*, 2009, Astrophys. J. 700, 1097